

**APPLI\_COURS\_ : CORRIGE CARACTERISTIQUES DE FORME  
(KURTOSIS et APLATISSEMENT)  
- 2 exemples -**

Soit les deux distributions quelconques données ci-dessous avec leur tableau respectif de distribution usuel ( des  $n_i$  aux  $F(x_i)$ ). Ce tableau permet le calcul des caractéristiques de tendance centrales habituelles ( $x_{Mo}$ ,  $x_{Mé}$  et  $\bar{x}$ ). On dénomme ces distributions : **exemple 1 et exemple 2.**

Travail demandé :

- 1) Etudier pour chaque distribution les caractéristiques de forme, en calculant les deux coefficients de Fisher : Gamma 1 ( $\Gamma_1$ ), et Gamma 2 ( $\Gamma_2$ ). **Il convient donc de compléter chaque tableau de distribution.**
- 2) Conclure sur **l'asymétrie et l'aplatissement**, en vérifiant cette conclusion à l'aide des caractéristiques de tendance centrale
- 3) Réaliser le **polygone des fréquences** des deux distributions. Ce polygone doit normalement vérifier chaque conclusion.

  Ω  

Exemple 1

Tableau usuel pour le Mode, la moyenne et la Médiane

$x_i^-$	$x_i^+$	$n_i$	$f_i\%$	$c_{x_i}$	$f_i \cdot c_{x_i}$	$F(x_i^+)$	$F(x_i^-)$	$a_i$	$(f_i/a_i)\%$
50	55	10	6,7%	52,5	3,5	6,7%	0	5	1,3%
55	75	15	10,0%	65	6,5	16,7%	6,7%	20	0,5%
75	90	9	6,0%	82,5	5,0	22,7%	16,7%	15	0,4%
90	95	20	13,3%	92,5	12,3	36,0%	22,7%	5	2,7%
95	110	96	64,0%	102,5	65,6	1	36,0%	15	4,3%
		150	100,0%		92,9		1	60	

$\bar{x}$  = 92,9  
 $x_{Mé}$  = 98,28  
 $x_{Mo}$  = [95-110] soit  $c_{x_i}=102,5$

conclusion $\bar{x} < x_{Mé} < x_{Mo} \implies$ étalée à gauche légèrement
---

**Applatissement : Kurtosis**

$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^4$	$f_i(x_i - \bar{x})^4$
-40,383	1630,8136	108,7209	2659553,03	177303,536
-27,883	777,48028	77,74803	604475,582	60447,5582
-10,383	107,81361	6,468817	11623,7747	697,426484
-0,383	0,1469444	0,019593	0,02159267	0,00287902
9,617	10506,25	6724	8552,60178	5473,66514

variance = 6916,957       $\mu^4 =$  243922,188

sigma = 83,16825       $\sigma^4 =$  47844298,9

kurto = -2,99      kurto < 0
<b>Distribution aplatie</b>

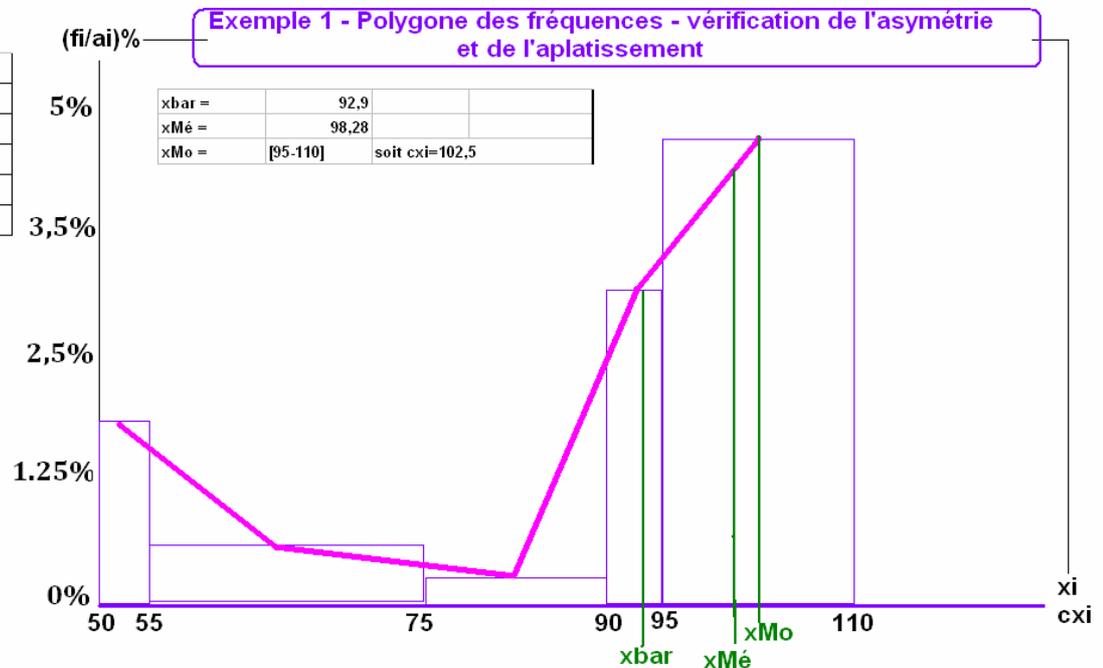
## Coefficient d'asymétrie

$(xi-xbar)^3$	$fi(xi-xbar)^3$
-65857,690	-4390,51
-21678,742	-2167,87
-1119,465	-67,17
-0,056	-0,01
889,352	569,19
$\mu_3 =$	-6056,38
$\sigma_3 =$	575271,22

coefficient = -0,011  
étalée à gauche

xi-	xi+	ai	fi(ai)
50	55	5	1,3%
55	75	20	0,5%
75	90	15	0,4%
90	95	5	2,7%
95	110	15	4,3%

**Conclusion**  
Le polygone est étalée à gauche,  
et la distribution est aplatie  
(les fréquences par unité d'amplitude sont basses et il existe un écart à gauche entre  $xM0, xMé$  et  $xbar$ ).



Exemple 2

Tableau usuel pour le Mode, la moyenne et la Médiane

xi-	xi+	ni	fi%	cxi	fi.cxi	F(xi+)	F(xi-)	ai	(fi/ai)%
50	65	100	6,29%	57,5	3,62	6,29%	0,00%	15	0,4%
65	80	350	22,01%	72,5	15,96	28,30%	6,29%	15	1,5%
80	85	580	36,48%	82,5	30,09	64,78%	28,30%	5	7,3%
85	90	435	27,36%	87,5	23,94	92,14%	64,78%	5	5,5%
90	120	125	7,86%	105	8,25	100,00%	92,14%	30	0,3%
		1590	100,00%		81,86		100,00%		

xbar =	81,86	conclusion xbar < xMé < xMo ==> étalée à gauche légèrement ou presque centrée
xMé =	82,97	
xMo =	[80-85[ soit 82,5 ou plus	

Applatissement : Kurtosis

(xi-xbar)	(xi-xbar) <sup>2</sup>	fi...	(xi-xbar) <sup>4</sup>	fi(xi-xbar) <sup>4</sup>
-24,363	593,566	37,331	352320,456	22158,519
-9,363	87,670	19,298	7685,969	1691,880
0,637	0,406	0,148	0,164	0,060
5,637	31,773	8,693	1009,551	276,198
23,137	535,311	42,084	286558,043	22528,148
	V(x)=	107,554	$\mu^4=$	46654,805
	sigma=	10,371	sigma <sup>4</sup> =	11567,949
		kurto =	1,033	kurto > 0 Distribution avec pic

## Coefficient d'asymétrie

$(xi-xbar)^3$	$fi(xi-xbar)^3$
-14461,169	-909,507
-820,869	-180,694
0,258	0,094
179,100	48,999
12385,383	973,694
	-67,415
	1115,430

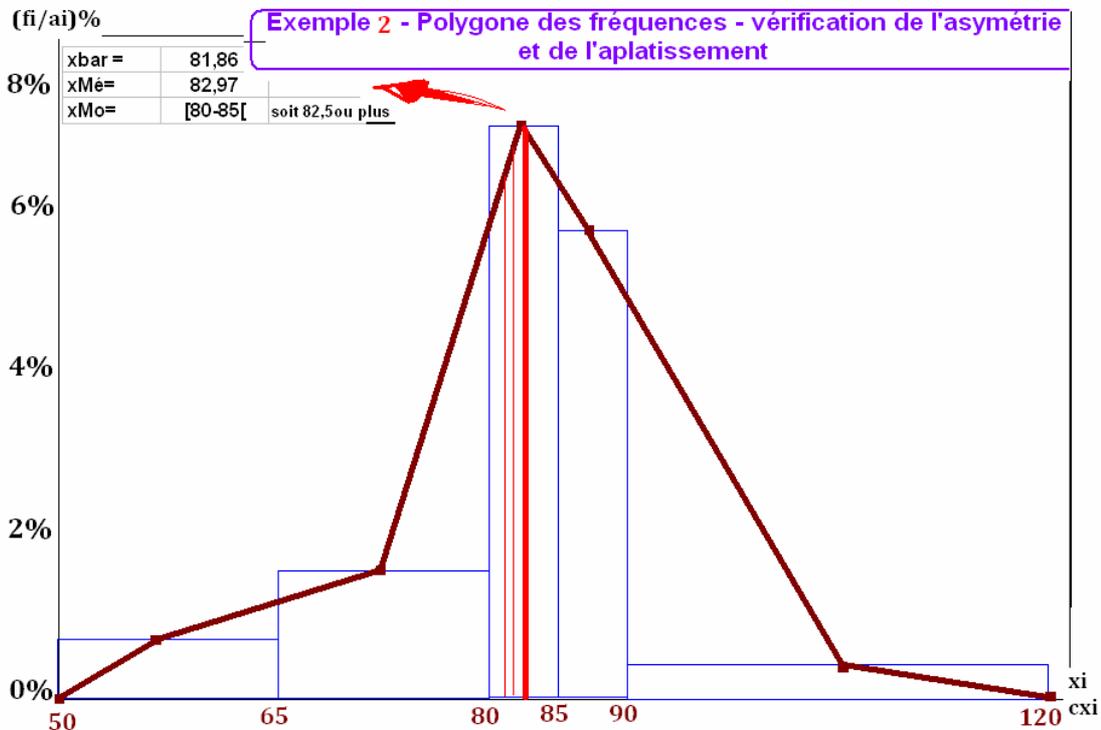
$\mu_3$

$\sigma^3$

<b>conclusion</b>	<b>Gamma1 = -0,060439</b>
<b>asymetrie &lt;0</b>	<b>étalée faiblement à gauche</b>
	<b>xMo &gt; xMé &gt; xbar</b>

xi-	xi+	ai	(fi/ai)%
50	65	15	0,4%
65	80	15	1,5%
80	85	5	7,3%
85	90	5	5,5%
90	120	30	0,3%

xMo, xMé et xbar sont très proches. La distribution est quasi centrée, et faiblement étalée à gauche.  
Le kurtosis positif traduit l'existence du pic.



*-Ω- Fin du document*