Chapitre IV
L'équilibre général walrassien de l'offre et de la demande

Introduction

1) Place de l'équilibre général dans l'œuvre de Walras

Les « ***Eléments d'Economie Pure*** » de 1874-77 comprennent 8 parties toutes aussi essentielles les unes que les autres, du fait des définitions proprement walrassiennes des fondements du marginalisme. Le plan de l'ouvrage est aussi celui du résumé des « Eléments » sous le titre « **THÉORIE MATHÉMATIQUE DE LA RICHESSE SOCIALE** » en 4 Mémoires rédigés de 1873 à 1876.

La seconde partie (Equations de l'échange , parties **I à III**)) établit la *théorie de l'échange pur de deux marchandises entre elles*. Walras y fait jouer la loi de la proportionnalité des utilités marginales aux prix). Il montre que l'offre et la demande résultent du principe de la maximisation de l'utilité.
Le marché walrassien est dans cette partie *agit par un commissaire-priseur*, comme un marché de bourse, avec enchères, et *processus de tâtonnement* (ou ajustement entre l'offre et la demande). Ce marché est a-temporel, et atteint un état d'équilibre stable, avec un prix unique pour chaque bien.
Dans la troisième partie (Equations de l'échange, partie **IV)**, l'échange pur est généralisé à *plusieurs marchés*, pour définir **un équilibre général de l'échange sous la forme d'un système d'équations**. Le nombre d'équations étant égal au nombre d'inconnues, l'extension du processus de tâtonnement avec commissaire priseur sur l'ensemble des marchés, aboutit à la détermination d'un *système de prix unique*.
La quatrième partie, consiste à **étendre le modèle d'équilibre général de l'échange à la production** : *« La résolution du problème de l'échange nous a conduits à la formule scientifique de la* loi de l'offre et de la demande. *La résolution du problème de la production nous conduira à la formule scientifique* de la loi des frais de production ou du prix de revient *(...)* (« Eléments, 17è Leçon) Les prix des services producteurs (*fermages, salaires, et intérêts)* sont le résultat essentiel de cet équilibre. Walras raisonne dans une première version de l'équilibre avec des coefficients de production fixes, et ultérieurement avec une technologie flexible et donc à l'aide de la *productivité marginale du capital* et un profit nul de l'entrepreneur. Dans cet équilibre (appelé suite à sa reformulation par CASSEL en 1918, le modèle d'équilibre –avec production- de ***« Walras-Cassel »*** c'est la demande de produits qui explique la demande de facteurs, à la différence de la thèse classique. A l'équilibre *le prix de revient en services* du produit est égal à son prix et l'offre de services égale la demande.

2) Choix d'une présentation de l'équilibre général

Les 8 parties des Eléments comprennent les deux temps dans lesquels se situe une présentation simplifiée de l'équilibre général tel que l'entend Walras. Ce sont :

- La définition sous la forme d'uns système d'équations d'un équilibre général de *l'échange* (Troisième partie ci-dessus), ou **Equilibre d'échange pur**.
- L'extension du modèle d'équilibre général de l'échange à la production, ou **Equilibre d'échange avec production**.

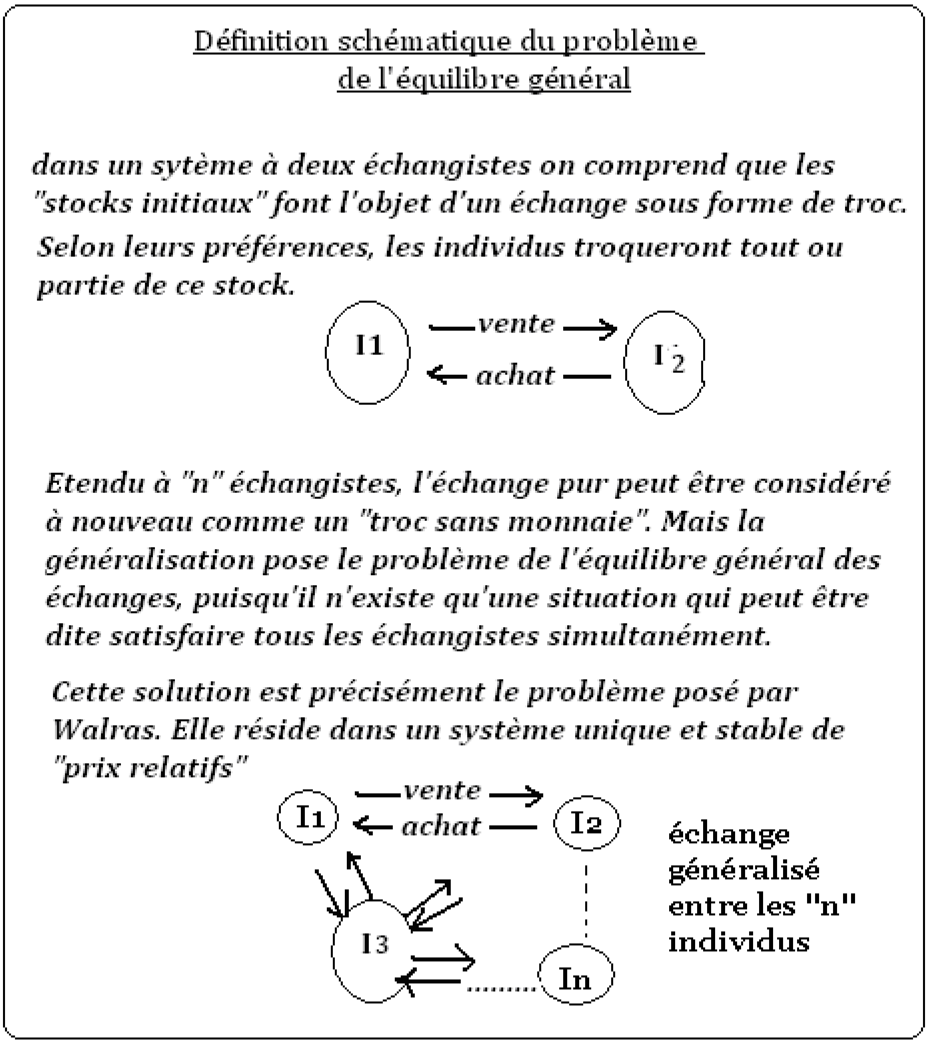
Parmi les différences essentielles, figure la définition des agents de l'économie : d'un seul type (consommateurs), on passe à deux types (consommateurs et producteurs). Le problème de l'équilibre reste toutefois le même que celui définit dans le premier moment.

I) Equilibre général d'une économie d'échange pur

I1) Hypothèses du modèle et concept principal de l'analyse

I11) Hypothèses

L'économie est en situation de CPP. L'offre et la demande sont le fait des mêmes agents.
Ils disposent de ***stocks initiaux*** (ou *« dotations initiales »*)échangés librement dans le but de *maximiser leur satisfaction* (exprimée par une fonction d'utilité). Ces échanges, déterminent sur chaque marché, par l'équilibre de l'offre et de la demande, des prix.
L'équilibre d'échange pur consiste à *déterminer* ***le système des prix relatifs d'équilibre***.
Une présentation simplifiée de ce problème est la suivante (en notant *I1.. à.. In* les individus échangistes).



II2) le concept essentiel de l'analyse : ***la demande nette***

On appelle *demande nette du consommateur «* i *» en bien* « j » pour j = 1…….m, ou « DN » l'expression

Demande nette
$E_{i,j}$ définie par $E_{i,j} = q_{i,j} – q^0_{i,j}$

différence entre les achats de biens « j » et le stock initial de « j ».

Le solde peut être : $E_{i,j} > 0$, alors le consommateur « i » est acheteur net de j
$E_{i,j} < 0$, alors le consommateur « i » est vendeur net de j

I2) La maximisation de l'utilité par chaque échangiste

I21) L'équilibre des achats et des ventes

I211) Le revenu (y_i) ou la contrainte de revenu

La contrainte est représentée par le revenu (y_i) que le consommateur ne peut excéder, et qui est égal à la *valeur* de son stock initial, soit :

Le revenu (R)
$\mathbf{y_i = \Sigma_{(j=1..m)} p_j\, q^0_{i,j}}$

(les quantités de biens physiques « j » sont pondérées par leur prix respectif qui sont des paramètres)

I212) La dépense (y_i) ou achats

C'est en vendant tout son stock ($\mathbf{q^0_{i,j}}$) que l'individu obtient le revenu y_i destiné à être dépensé en ($\mathbf{q_{i,j}}$)

La dépense (D)
$\mathbf{y_i = \Sigma_{(j=1..m)} p_j\, q_{i,j}}$

I213) Equilibre du revenu et de la dépense ou des achats et des ventes : DN = 0

Par hypothèse on a DN = 0 ; Ce qui s'écrit : D – R = 0 ⇔ le revenu est intégralement dépensé. Soit en remplaçant :
$(\Sigma_{(j=1..m)} p_j\, q_{i,j}) - (\Sigma_{(j=1..m)} p_j\, q^0_{i,j}) = 0$ et en factorisant $= p_j\, [\Sigma_{(j=1..m)}\ (q_{i,j} - q^0_{i,j})]$
Or $(q_{i,j} - q^0_{i,j})] = E_{i,j}$ (cf supra) d'où l'équation d'équilibre du consommateur ou contrainte

contrainte
$\mathbf{p_j\ (\Sigma_{(j=1..m)} E_{i,j}) = 0}$

➔ la demande nette du consommateur sur tous les marchés (j = 1….m) doit être nulle

I22) La maximisation de la fonction de satisfaction

I221) La fonction de satisfaction du consommateur « i » ou U_i

On suppose données les préférences du consommateur, par sa fonction d'utilité U_i. Sa forme initiale doit être transformée pour l'exprimer par rapport à la demande nette ($E_{i,j}$).
La fonction initiale est généralement de la forme : $U_i = \mathit{U_i}\,(q_{i,j}) = \mathit{U}_i\,(q_{i1}, q_{i2},\ldots\ldots q_{im})$
Comme $E_{ij} = (q_{i,j} - q^0_{i,j}) \Longrightarrow q_{i,j} = E_{i,j} - q^0_{i,j}$ ceci pour chaque bien j
soit alors $U_i = \mathit{U}_i\,(E_{i,1} - q^0_{i,1}\,;\ E_{i,2} - q^0_{i,2}\,;\ \ldots\ldots\ E_{i,m} - q^0_{i,m})$ pour l'ensemble des biens j (⇔ U_i (DN)

I222) La maximisation par l'écriture du Lagrangien

Soit le Lagrangien L = U_i (DN) – λ (contrainte)

$\mathbf{L = \mathit{U}_i\ (DN) - \lambda\ [p_j\ (\Sigma_{(j=1..m)} E_{i,j})]}$

C'est la fonction qu'il s'agit de maximiser.

La condition de maximisation du premier ordre est l'homogénéisation du système des (j+1) dérivées partielles(le symbole δ est utilisé pour ∂) , soit :

$$\begin{cases} \dfrac{\delta L}{\delta E_{i,j}} = \dfrac{\delta U_i}{\delta E_{i,j}} - \lambda\, p_j = 0 \\[2ex] \dfrac{\delta L}{\delta \lambda} = -\ [p_j\ (\Sigma_{(j=1.m)} E_{i,j}) = 0 \end{cases}$$

En supposant vérifiées les conditions du second ordre (D² >0) alors la solution du système fournit les $E_{i,j} = f\,(p_j)$ qui constituent un *extremum*
(Ce qui est l'équivalent de la demande du consommateur sur chaque marché).

I23) Application au cas de deux consommateur (i = 1,2) et deux biens (j = 1,2).
Le revenu ou stock initial $q^0_{i,j}$ est par hypothèse pour chaque consommateur :

Dotations initiales

i \ j	q_1	q_2
1	78	0
2	0	164

Les fonctions de satisfaction sont connues :
Consommateur 1 : $U_1 = q_{11}q_{12} + 2q_{11} + 5q_{12}$
Consommateur 2 : $U_2 = q_{21}q_{22} + q\ q_{21} + 2q_{22}$

L'équilibre général des échanges est réalisé pour un système de prix relatif qu'il s'agit de déterminer.

La méthode proposée plus haut est celle de la maximisation de l'utilité sous contrainte pour chaque consommateur.

On commence par l'appliquer au consommateur 1.

a) Calcul de la demande nette sur chaque marché : $E_{i,j} = q_{i,j} - q^0_{i,j}$ (pour j = 1 et 2)
$E_{11} = q_{11} - q^0_{11} = q_{11} - 78$ ==> demande nette sur le marché du bien 1 : $q_{11} = E_{11} + 78$
$E_{12} = q_{12} - q^0_{12} = q_{12}$

b) Expression de la fonction d'utilité par rapport à la demande nette
on remplace q_{11} dans U_1, sachant $q_{12} = E_{12}$
$U_1(qij) \Leftrightarrow U_1(E_{1j}) = (E_{11} + 78)\ E_{12} + 2\ (E_{11} + 78) + 5\ E_{12}$

c) Ecriture de la contrainte sous la forme (R – D) et non (D – R)
Elle est égale à : $-\Sigma_{(j=1..m)}\ p_j\ E_{ij}$ appliquée aux marchés j = 1et 2 elle devient : $-(p_1\ E_{11} + p_2\ E_{12})$

d) Maximisation de la satisfaction (Lagrangien)
$L = U_i\ (DN) - \lambda\ [p_j\ (\Sigma_{(j=1..m)}\ E_{i,j})]$
$= [(E_{11} + 78)\ E_{12} + 2\ (E_{11} + 78) + 5\ E_{12}] - \lambda\ [(p_1\ E_{11} + p_2\ E_{12})]$
Le système des dérivées partielles permet décrire la condition du premier ordre, d'un extremum , soit :

$$\begin{cases} \dfrac{\delta L}{\delta E_{11}} = E_{12} + 2 \quad - \lambda\ p_1 \quad = 0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta E_{12}} = (E_{11} + 78) + 5 - \lambda\ p_2 \quad = 0 \\ \dfrac{\delta L}{\delta \lambda} = - \quad [(p_1\ E_{11} + p_2\ E_{12})] \quad = 0 \end{cases}$$

Les équations se succédant, en divisant ½ on obtient :

$$\frac{E_{12} + 2 \quad - \lambda\ p_1}{(E_{11} + 78) + 5 - \lambda\ p_2} = \frac{E_{12} + 2}{E_{11} + 78 + 5} = \frac{p_1}{p_2}$$

La solution est celle des E_{ij} exprimées par rapport au *prix* : on peut déduire
$E_{12} = (p_1/p_2)\ (E_{11} + 83) - 2$, et en remplaçant dans l'équation 3 du système :
$E_{11} = (p_2/p_1)\ E_{12}$ connaissant p_{12}, on déduit :

$\boxed{E_{11}\ (p_2/p_1) - 41{,}5 \text{ et } E_{12} = 41{,}5\ (p_2/p_1) - 1}$

On connaît la fonction de satisfaction pour le consommateur 2
$U_2 = q_{12}q_{22} + 4\ q_{21} + 2q_{22}$
La maximisation donne le résultat des demandes nettes suivantes :

$\boxed{E_{21} = 84\ (p_2/p_1) – 1 \text{ et } E_{22} = (p_1/p_2) - 64}$

L'équilibre *partiel* de chaque marché est obtenu :
- connaissant les prix, par l'égalité de l'offre et de la demande
- et donc en annulant la demande nette globale. On appelle demande nette globale, la somme des demandes nettes individuelles sur un marché, et donc aussi sur tous les marchés.

Soit la demande nette globale sur le marché du bien « j » : $E_j = \Sigma_{(i=1à2)} E_{ij}\ p_j = E_j\ p_j$.
Il suffit alors de calculer celle-ci est de l'annuler.
Soit sur le marché du bien 1 : $E_1 = E_{11} + E_{21} = \Sigma_{(i=1à2)} E_{i,1}$ Connaissant E_{11} et E_{21}, on remplace :
$E_1 = (p_2/p_1 – 41,5 + 84\ (p_1/p_2) – 1 = 85\ (p_2/p_1) – 42,5$
On cherche le prix relatif de p_1 pour p_2^0 donné
$E_1 = 85\ (p_2/p_1) – 42,5 = 0$ ==>

$p_1 = 2\ p^0_2$ qui est le *prix d'équilibre sur le marché du bien 1*

L'équilibre général sur les deux marchés est déterminé plus loin (I34).

I3) L'équilibre général sur tous les marchés ou ***Equilibre général***

I31 : Objet de l'équilibre général

L'écriture de l'équilibre général consiste à
- former les *m* équations d'équilibre partiel (correspondant à *m* biens et *m* prix)
- tout en considérant l'ensemble des prix comme variables, à déterminer *simultanément*.

L'équation général d'équilibre est une demande nette globale nulle :
$E_j\ (p_j) = 0$ pour j = 1……….*m*

I32 **: La loi de Walras**

Cette équation est vérifiée en vertu de la loi de Walras (ou Walras-Say)
Si pour chaque consommateur « i », la demande nette pour tous les biens diffère de 0, il ne peut en être de même pour la demande nette globale. Par exemple s'il est vendeur net, il a cédé plus de biens qu'il n'en a acheté. Il y a donc nécessairement un autre consommateur qui est acheteur net, et qui a acheté plus de biens qu'il n'en a cédé. C'est le principe de la loi de Walras. Ce que l'on écrit *en annulant la somme des demandes nettes en valeur* :
$\Sigma(i)\Sigma_{(j)}\ p_j\ E_{ij} = 0 \Leftrightarrow \Sigma_j\ p_j\ E_j = 0$ qu'il convient d'écrire sous la forme d'une identité en vertu de l'exemple précédent : $\Sigma_j\ p_j\ E_j \equiv 0$.

En généralisant, la loi de Walras s'énonce : *lorsque l'équilibre est atteint sur (m-1) marchés, il est réalisé sur l'ensemble des m marchés.*

Et, si $\Sigma_{j(1 \text{ à } m-1)}\ p_j\ E_j = 0$ avec un équilibre des quantités tel que $E_j = 0$ et un équilibre des valeurs tel que $p_j\ E_j = 0$, alors on doit observer $\Sigma_{j(1 \text{ à } m)}\ p_j\ E_j = 0$.
L'équilibre sur le marché *m* se déduit par soustraction :

Eq sur *m* marchés – Eq sur *m-1* marchés = équilibre sur le marché *m*

En appliquant ceci, il vient : $\Sigma_{j(1 \text{ à } m)}\, p_j\, E_j - \Sigma_{j(1 \text{ à } m-1)}\, p_j\, E_j = p_m\, E_m$
donc pour annuler $\Sigma_{j(1 \text{ à } m)}\, p_j\, E_j - \Sigma_{j(1 \text{ à } m-1)}\, p_j\, E_j = 0$, il suffit que E_m soit nul puisque $p_m > 0$. Ce qui signifie que la demande nette du marché *m* est aussi égale à 0, et que la loi de Walras est vérifiée.

I33) La fonction du $m^{ème}$ marché

On vient d'établir que les prix étant établis sur (m-1) marchés, il s'ensuit que le prix sur le marché *m* est nécessairement déterminé. Ce prix est contenu dans les équations d'équilibre des (m-1) marchés.

Aussi appelle t'on *solution du système d'équilibre général, le système de prix relatifs (ou de « taux d'échange »), dans lequel le m^{ème} marché, ou la m^{ème} marchandise sert à exprimer le prix de toutes les autres.*

Cette marchandise sert donc de numéraire ou de marchandise étalon.
En supposant que son prix $p_m = 1$, alors *le système de prix relatifs devient un système de prix absolus* : $(p_1/p_m\ ,\ p_2/p_m\ , \ldots\ldots\ldots p_{m-1}/p_m,\ p_m) = (p_1,\ p_2, \ldots\ldots\ldots p_{m-1},\ p_m)$ et le numéraire est transformé en monnaie.

I34) l'équilibre général dans l'exemple (suite)

On part des demandes nettes sur chaque marché qui sont les deux équations d'équilibre général:
$E_1 = 85\ (p_2/p_1) – 42{,}5$ (calcul réalisé plus haut)
$E_2 = 42{,}5\ (p_1/p_2) – 85$ (résultat donné sans calcul)
On les annule pour trouver les prix relatifs d'équilibre :

: $E_1 = 0 \Longrightarrow p_1 = 2p_2 \Longrightarrow$ $p_2 = 0{,}5\ p_1$
$E_2 = 0 \Longrightarrow$

Une telle détermination du système de prix n'est pas simultanée. Mais elle permet de constater que connaissant *m-1* prix, il est possible de déterminer le même prix.
La détermination simultanée des prix d'équilibre exige l'écriture de la demande nette globale en fonction des prix. Celle-ci est : $\Sigma_{j(1 \text{ à } m)}\, p_j\, E_j = 0$
On connaît les E_j, qui sont E_1 et E_2, avec pour valeur $E_1 = E_{11} + E_{21}$ et $E_2 = E_{12} + E_{22}$. On peut remplacer dans la demande nette globale :
$\Sigma_{j(1 \text{ à } m)}\, p_j\, E_j = 0 \Leftrightarrow p_1\ (E_{11} + E_{21}) + p_2\ (E_{12} + E_{22}) = 0$
$\Leftrightarrow p_1\ E_1 + p_2\ E_2 = 0$, et en remplaçant (voir ci-dessus)
$\Leftrightarrow p_1\ (85\ (p_2/p_1) – 42{,}5) + p_2\ (42{,}5\ (p_1/p_2) – 85) = 0$ soit en simplifiant
$= (85\ p_2 – 42{,}5\ p_1) + (42{,}5\ p_1 – 85\ p_2) = 0$
Comme le membre de gauche E_1 est nul pour $E_1 p_1 = 0 \Leftrightarrow p_1 = 2\ p_2$ (voir supra)
On en déduit que l'équilibre est nécessairement réalisé sur l'autre marché, puisqu'en vérifiant : $p_2 E_2 = 42{,}5\ (2\ p_2) – 85\ p_2 = 0$ ce qui est vrai.

<u>Le résultat important est : *une seule équation suffit pour déterminer le taux de change d'équilibre, parce que les variables de l'équilibre général sont des prix relatifs.*</u>
Ce qui signifie qu'en remplaçant un seul prix relatif dans toutes les demandes nettes (exprimées par rapport aux prix) on obtient la valeur de celles-ci et donc l'équilibre des quantités échangées. Les demandes nettes de chaque bien par chaque consommateur étaient :

E_{11} (p_2/p_1) – 41,5 et E_{12} = 41,5 (p_2/p_1) - 1
E_{21} = 84 (p_2/p_1) – 1 et E_{22} = (p_1/p_2) - 64
Alors en prenant la 1^re^ équation d'équilibre
E_1 = 85 (p_2/p_1) – 42,5 = 0 ==> (p_2/p_1) = 0,5 qu'il suffit de remplacer
E_{11} = 0,5 – 41,5 = - 41
E_{12} = 83 – 1 = 82
E_{21} = 42 – 1 = 41
E_{22} = 2 – 84 = - 82
La conclusion est que ***tout ce qui a été vendu a été acheté***, par des consommateur qui dépense tout leur revenu comme le montre la répartition finale des quantités comparativement à la répartition initiale :

Dotations initiales

i \ j	q_1	q_2
1	78	0
2	0	164

tableau des flux

i \ j	q_1	q_2
1	- 41	+ 82
2	+ 41	- 82

répartititon finale

i \ j	q_1	q_2
1	37	82
2	41	82
Σ_i =	78	164

au prix d'équilibre p2 = 0,5 p1

Fin de l'exercice d'application

II) Equilibre général d'une économie d'échange avec production (et répartition)

II1) Les hypothèses nouvelles

Elles sont toutes contenues dans le tableau général ci-dessous. On note :

- consommateurs : *i* = 1…….*n*
- biens : *j* = 1……….*m* subdivisés en :
  - o biens primaires ou facteurs (dont le « travail ») : *j* = 1………*s*
  - o biens produits : inputs ou biens de consommation finale : *j* = (s+1)……..*m*

- Entreprises groupées en *branches* : *j* = (s+1)………..*m*

L'indice *j*= 1………..*m* désigne donc l'ensemble des biens, mais il ne se confond avec la production des branches que pour *j* = (s+1)……..*m*. Le reste des biens *j* = 1………*s* concerne les biens primaires dont le travail, qui ne résultent pas de la production ; Ce que traduit la ligne 3 du tableau.

Tableau : Les hypothèses du modèle d'équilibre général avec production

ligne	biens / définition	1,,,,,,,,,,,,,,	,,,,,,,,,,,,,,s	s + 1	,,,,,,,,,,,,,,,,,	m	Ensemble
1	Stocks q^0ij	q^0i1	q^0is				$\Sigma_{(j=1,..,s)}\ q^0ij$
2	Demande qij	qi1	qis	qi,s+1	,,,,,,,,,,,,,,,,,	qi,m	$\Sigma_{(j=1,..,m)}\ qij$
3	Demande nette $Eij = qij - q^0ij$	$qi1 - q^0i1$	$qis - q^0is$	qi,s+1	,,,,,,,,,,,,,,,,,	qi,m	$Eij = qij - q^0ij_{\ (j=1,...,s)}$ $Eij = qij_{\ (j = s+1,...,m)}$
4	Revenu (vente) $= pj\ q^0ij$	$p1\ q^0ij$	$ps\ q^0is$				$yi = \Sigma_{(j=1,..,s)}\ pj\ q^0ij$
5	Dépense en j pj qij	p1 qi1	ps qis	p(s+1) qi(s+1)	,,,,,,,,,,,,,,,,,	pm,qim	$yi = \Sigma_{(j=1,..,m)}\ pj\ qij$

II2) Les concepts pour déterminer les équilibres respectifs

II21) L'équilibre du consommateur.

On remarque que le consommateur « ***i*** » :

- tire ses ressources de la seule vente de ses facteurs primaires (travail) (ligne 4)
- achète toutes les catégories de biens (ligne 2).

Sa fonction de satisfaction, rapportée à la demande nette s'écrit :

$U_i = U_i\ (q_{ij}) = U_i\ (E_{ij} + q^0_{ij}, E_{ij})$ car : $E_{ij} + q^0_{ij}$ ➔ de 1 à s ; et E_{ij} ➔ de (s+1) à *m*

La contrainte de budget s'écrit :

D – R = ⇔ $y_i - y_i = 0$ (ligne 5 – ligne 4).

L'extremum doit vérifier les conditions du premier ordre : les demandes nettes exprimées en fonction des prix doivent s'annuler simultanément (qque soit « j ») :

$E_{ij} = E_{ij}\ (p_1,\ldots\ldots p_m) = 0\ (j=1\ldots\ldots m)$

L'optimum du consommateur suppose vérifiées les conditions du second ordre.

Cette demande du consommateur n'est qu'une partie de la *demande globale*, car les entreprises demandent également sur les marchés des facteurs et des biens.

On s'intéresse à celle-ci en deux temps : la demande nette de l'entreprise individuelle, puis la demande nette de la branche (composée de N_j entreprises).

II22) L'équilibre de l'entreprise « **h** » dans la branche « **j** » composée de $\mathbf{N_j}$ entreprises

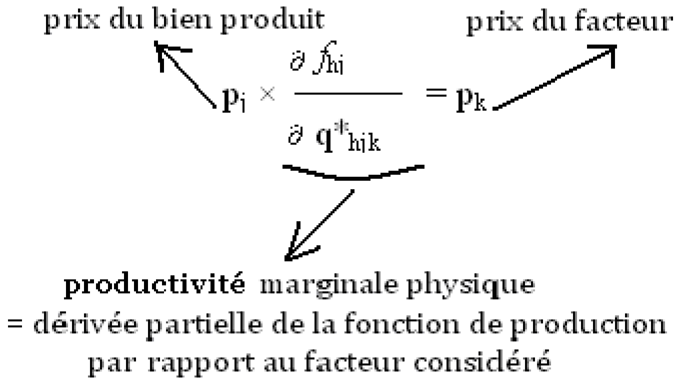
Production et consommation productive de l'entreprise :

- la quantité de biens « j » (= 1….*m*) produite par « h » : q^+_{hj}
- la quantité de biens utilisés pour produire, ou « consommation productive » (facteurs de production, biens intermédiaires…) : cette quantité est désignée par « *k* » = 1……….*m* pour éviter la confusion avec les biens « j », soit alors q^*_{hjk} (k=1..m)

La fonction de production :

$q^+_{hj} = f_{\ hj}\ (q^*_{hjk})$, cette fonction relie la quantité de biens produite à la quantité de facteurs utilisée.

L'optimisation de la production suppose que *chaque facteur de production est utilisé jusqu'au point où sa productivité marginale en valeur est égale à son prix.* La productivité marginale en valeur étant égale au produit de la productivité physique du facteur multiplié par le prix de vente du produit. Soit ce produit :



La maximisation du profit de la firme. Son application permet de retrouver la condition d'optimisation précédente.
L'équation du profit est : π = (Recettes – Dépenses) ou (Ventes – Frais de production)

Soit $\pi_{hj} = [p_j \times f_{hj}\ (q^*_{hjk})] - [\Sigma_{(k=1\ldots.m)}\ p_k \times (q^*_{hjk})]$
L'input « k » est utilisé jusqu'à ce que sa productivité marginale est égale à 1, soit (

$$\frac{\delta f_{hj}}{\delta q^*_{hjk}} = 1$$

On peut alors déduire la demande nette « optimale » en *inputs* E^*_{jhk}, fonction de tous les prix :
$E^*_{jhk} = E^*_{jhk}\ (p_1, p_2 \ldots\ldots\ldots p_m)$
Il ya autant de ces demandes de facteurs (« *k* ») que de celles du consommateur *i* en biens « *j* ».
Soit : demande nette des entreprises en *inputs* = demande nette des consommateurs en biens
==> (demande nette des entreprises en *inputs* = demande nette des consommateurs en biens) = 0
Dans l'hypothèse : k # j alors la demande nette est > 0 : les entreprises sont acheteuses de l'input « k ».
En posant que la production du bien « j » égale son stock, et que celui-ci est vendu, alors :
$E^+_{hj} = - q^+_{hj}$, ce qui permet de déduire $E^+_{hj} = E^+_{hj}\ (p_1, \ldots.. p_m)$
Dans la mesure où : $- q^+_{hj} = - f_{hj}\ [E^+_{hjk}\ (p_1, p_2 \ldots\ldots\ldots p_m)]$

II23) Production et équilibre de la branche composée de N_j entreprises.

La demande nette en inputs de la branche est : $E^*_{jk} = N_j \times E^*_{jk}$ (k=1…..m)
L'offre de la branche : $E^+_j = N_j \times E^*_{jh}$ ==> $E^+_j = E^*_j\ (p_j\ ;\ N_j)$

II24) Equilibres partiels sur les marchés des facteurs et les marchés des biens

Marché des facteurs
(k= 1………m)

Demandeurs
n consommateurs
Demande nette >0
$\Sigma_{(i=1\ldots n)} E_{ij}\ (p_1 \ldots p_m)$

Offreurs
(m-1) branches
Demande nette <0
$\Sigma_{(k=s+1\ldots n)}\ E^{*}_{kj}(p_1 \ldots p_m,\ p_k)$

DEMANDE NETTE GLOBALE
$$\Sigma_{(i=1\ldots n)} E_{ij}\ (p_1 \ldots p_m)\ +\ \Sigma_{(k=s+1\ldots n)}\ E^{*}_{kj}(p_1 \ldots p_m,\ p_k)$$

Equilibre sur le marché d'un facteur
$$E_j = E_j\ (p_1,\ p_2 \ldots\ldots p_m\ ;\ N_{s+1} \ldots\ldots N_m) = 0$$

Distinction entre la courte et la longue période : dans la première seul le prix du facteur varie, les autres étant considérés comme fixes.

Marché des biens
(j= s+1………m)

Les demandes nettes

Consommateurs	du bien comme input	Du bien comme output
$\Sigma(i=1\ldots n)Eij\ (p1\ldots pm)$	$\Sigma(k=s+1\ldots n)\ E^{*}kj\ (p1\ldots pm,\ pk)$	$Ej\ (p1,\ p2\ldots\ldots pm\ ;\ N_{j})$

EQUILIBRE DU MARCHE DES BIENS
⇔ demande nette = 0 soit $E_j = 0$

DETERMINATION DU SYSTEME DE PRIX RELATIFS
(voir l'exemple supra)

Distinction entre la courte et la longue période : dans la première seul le prix du bien varie, les autres étant considérés comme fixes. Le nombre d'entreprises est donné (N_j). Le profit (> « profit normal ») existe.

Conclusion : Portée et limites du modèle de Walras

Walras a eu ce grand mérite de montrer que l'ensemble des décisions décentralisées de consommation, de production et d'échange pouvaient atteindre une situation d'équilibre. Le mécanisme d'ajustement des marchés par les prix relatifs est dans cette optique considéré comme le mécanisme rationnel de toute économie à décisions décentralisées.
La démonstration Walrassienne rencontre cependant plusieurs difficultés et débouche sur plusieurs écueils. La plupart de ces derniers sont reconnus, et expliquent l'évolution ultérieure de la théorie néo-classique de l'analyse de l'équilibre général.

Les principaux écueils ont trait
- à la définition de la monnaie comme *numéraire*
- à l'approche statique de l'équilibre qui exclut la dimension temporelle
- à la définition de l'économie comme *système d'échange et de production en situation de concurrence pure et parfaite.*

1) Premier écueil
L'exposé du modèle ci-dessus a montré que la monnaie joue le rôle de *mesure de la valeur* et d'unités de compte. Son introduction permet le passage de la sphère « réelle » des échanges (en prix relatifs, sur le mode du troc) à la sphère « monétaire » (définition de *prix absolus*).
Ce faisant il constitue une représentation de la réalité économique qui adopte *la **« dichotomie classique »*** entre le « réel » et le « monétaire ». Celle-ci appartient à la Théorie quantitative

de la monnaie (TQM) à laquelle Walras adhère, comme de nombreux économistes du XIX^{ème} siècle.
A l'opposé on peut considérer que la monnaie circule dans l'économie, au lieu de venir se calquer sur des échanges réels. Dans ce cas, rien n'interdit aux agents de conserver une partie de celle-ci comme *réserve de valeur*. La quantité de monnaie en circulation peut dès lors modifier les conditions de détermination de l'équilibre général. Alors que dans le modèle walrassien elle est toujours optimale, en vertu du principe quantitativiste qui postule sa neutralité.
Le revers ou complément de cette définition de la monnaie comme numéraire est connue sous le nom de *loi de Jean Baptiste Say,* ou *loi de Say*. **La monnaie ne jouant pas son rôle véritable, il est possible comme l'a fait JB Say d'affirmer que *l'offre crée sa propre demande et que les produits s'échangent finalement contre des produits*.** C'est ce que propose Walras en adoptant ce que nous avons appelé la *loi de Walras*, celle qui fait de l'équilibre sur le marché *m*, celui de la monnaie, un équilibre automatique.
La conséquence ultime des deux limites précédentes, est que Walras et ses successeurs immédiats, par son modèle, et à la suite de JB Say, doit conclure à ***l'impossibilité du chômage involontaire***, dans une économie de concurrence. La seule explication plausible qui demeure, et qui sera l'objet de nombreuses controverses ultérieures, est que *le chômage est du à l'absence de flexibilité à la baisse du salaire réel*, eu égard à la spécificité du marché du travail.

On comprend que le dépassement de l'analyse walrassienne ait pu emprunter ces deux voies :
- Contre la théorie quantitative de la monnaie sera développée ***la théorie de l'effet d'encaisses réelles,*** initiée par **Pigou** et reprise et développée par **Don Patinkin.**
- Contre la Loi de Say-Walras, sera affirmée la ***théorie de la demande effective***, portée au pinacle par **Keynes** dans sa théorie générale de 1936.

La caractéristique de l'approche de Keynes est d'avoir pu concilier les deux critiques dans une œuvre qui exclut la responsabilité des salaires dans la croissance du chômage, parce qu'elle aborde et définit l'économie comme *une économie monétaire de production.*. On est alors à l'antithèse de l'analyse Walrassienne.

2) Le second écueil
L'exposé du processus dit de tâtonnement walrassien permet de conclure à l'absence de la dimension temporelle, puisque les échanges ne se déroulent qu'une fois l'équilibre réalisé.
L'introduction du temps dans l'analyse est nécessaire a plusieurs égards. S'il est possible de considérer que dans leurs anticipations les agents possèdent une évaluation de leurs échanges à l'équilibre, pour s'y référer, il n'en demeure pas moins que leurs échanges effectifs peuvent différer des échanges qui conduisent spontanément à l'équilibre. Dans cette hypothèse, c'est le déséquilibre qui serait la règle et l'équilibre, l'exception, puisque les demandes et offres *notionnelles* ou *virtuelles* peuvent s'opposer aux demandes et offres *effectives*.
En l'excluant on refuse l'idée selon laquelle les échangistes puissent être soumis au *rationnement*, comme c'est le cas par exemple du rationnement de l'emploi sur le marché du travail.
C'est la théorie dite du déséquilibre, qui, en cherchant à conserver le cadre walrassien, *proposera un modèle d'équilibre* (intertemporel) qui concilie ce cadre **avec *la dimension temporelle***. Cette théorie, initié par Clower et Leijonhufvud, est le résultat de la *synthèse néo-classique,* entreprise dans les années 1940 par P.A Samuelson, Don Patinkin.

3) Le troisième écueil

La remise en cause de l'hypothèse de la concurrence pure et parfaite, pour des raisons évidentes, a conduit de nombreux auteurs à la suite de Marshall, à concevoir des équilibres partiels en situation de ***concurrence dite imparfaite***.

On retient donc l'opposition principale qui décrit les limites de l'analyse walrassienne

> ***L'équilibre walrassien est la description*** **d'une économie de troc idéale**
> ***La théorie du déséquilibre est celle d'une économie réelle monétaire de production et d'échange.***
> **C'est la théorie keynésienne réinterprétée qui a permis ce dépassement, toutefois non admis par tous, de l'analyse de Walras.**

L'idée de Walras, la construction d'un système d'équilibre général et mathématique, au moyen des outils de la mathématique à un moment donné du temps, a cependant continué à inspirer de nombreux travaux ultérieurs à Walras.

Ces travaux sont recensés dans l'extrait ci-dessous :

Les reformulations de l'équilibre général walrassien

En même temps, des mathématiciens se sont emparés de la question de l'équilibre général à partir des années trente et ont fourni des démonstrations qui n'étaient pas accessibles, jusque-là, en particulier en ce qui concerne le problème de l'existence de l'équilibre général auquel des auteurs comme Hicks (*Valeur et capital,* 1939) et Samuelson (*Les Fondemements de l'analyse économique,* 1947) ne se sont pas intéressés. La première démonstration d'existence est due à Wald (1933), les démonstrations suivantes reposant sur des théorèmes de point fixe (Arrow et Debreu, 1954). La forme moderne de la théorie de l'équilibre général est incorporée dans le modèle dit « Arrow-Debreu ». Elle modifie l'analyse de Walras en privilégiant le concept d'équilibre intertemporel (au détriment de celui d'équilibre temporaire) et en intégrant l'incertitude, en supposant l'existence d'un système complet de marchés à terme de biens contingents. Des ouvrages comme ceux de Hicks (1939), de Samuelson (1947) ou de Arrow et Hahn (*General competitive analysis,* 1971) ont tous insisté sur l'importance de la stabilité du tâtonnement walrassien, à l'analyse de laquelle ils ont contribué. Mais en ce domaine, les travaux modernes ont amené un résultat négatif. Sonnenschein (1973), Mantel (1974) et Debreu (1974) montrèrent que l'on ne pouvait pas dériver, à partir des hypothèses comportementales habituelles sur les agents économiques, des propositions significatives sur les comportements agrégés retracés par les demandes nettes (au-delà de la continuité, de l'homogénéité de degré zéro et du respect de la loi de Walras), en sorte que des résultats de stabilité du tâtonnement walrassien ne peuvent pas être acquis sur la base de ce qui était communément considéré comme des hypothèses admissibles.