

Chapitre III

Analyse de l'équilibre de l'offre et de la demande

sur un marché

Ou théorie néo-classique de l'équilibre partiel (TNC_e)

Introduction : l'équilibre partiel

Après avoir étudié séparément la demande et l'offre individuelles, ainsi que leurs déterminants respectifs, il est possible d'étudier leur équilibre sur le marché.

Cette partie de la TNC *forme la théorie des prix* proprement dite. Les prix, d'exogènes qu'ils étaient, deviennent ici **endogènes** au modèle, qui a pour but d'expliquer leur détermination.

Dire que les prix résultent d'un équilibre de marché entre l'offre et la demande, signifie que **le marché** est un lieu (abstrait) de rencontre, à un moment donné, entre les désirs des consommateurs (donnés par la maximisation de l'utilité) exprimés par leur demande, et ceux des producteurs (donnés par la maximisation du profit) exprimés par leur offre. Le prix, appelé **prix de marché, ou prix d'équilibre**, est le résultat de cette rencontre. Il est celui pour lequel les quantités demandées par les consommateurs sont égales aux quantités que les producteurs souhaitent écouler. Ce qui est désigné par l'expression « **la loi de l'offre et de la demande** ».

Suivant la démarche de Marshall, on raisonne sur le marché d'un bien unique, en situation de concurrence pure et parfaite, en considérant les prix des *n-1 marchés fixés*. Cette démarche, dite **d'équilibre partiel (ou de marché)**, est distincte de celle de *l'équilibre général*. D'une part, la clause « **ceteris paribus** » (*toutes choses étant égales par ailleurs*) est appliquée aux prix et aux quantités des autres biens, et d'autre part, Marshall suppose l'existence d'une **fonction d'offre croissante** et d'une **fonction de demande décroissante**. Pour certains théoriciens, l'approche de la détermination des prix par *l'équilibre général* dit *walrassien*, est plus rigoureuse, les prix des biens étant déterminés simultanément sur l'ensemble des marchés des biens et des facteurs.

On propose ci-après un exposé général et abrégé de la théorie de **l'équilibre partiel** en situation de CPP, et en courte période. Après avoir défini **les fonctions d'offre et de demande agrégées** (propres au marché), on s'intéresse à la détermination et à la signification de **l'équilibre** en définissant le **tatonnement** walrassien, et le **surplus** du consommateur et celui du producteur. Le marché n'étant pas systématiquement en situation d'équilibre stable, on définit **la stabilité**, d'abord en statique, puis en dynamique.

Ce modèle de base de l'équilibre connaît de nombreux **développements**. Parmi les plus importants figure l'analyse de l'une des formes d'altération de la concurrence pure et parfaite, celle de **la fiscalité**. Aussi, consacrerons nous un paragraphe à l'étude des effets de la fiscalité sur la détermination du prix de marché.

C'est par les **applications proposées dans la partie trois du document de travaux dirigés** que ces développements apparaissent le mieux sous leur aspect formel (mathématique). Aussi, l'exposé proposé ici peut-il être abrégé pour faire place à ces applications.

I) Définitions

I1) Agrégation de l'offre et de la demande (Qd et Qo)

L'équilibre partiel est un équilibre entre des quantités globales, au sens où l'on raisonne à partir de fonctions AGREGÉES d'offre et de demande, et non plus sur les fonctions individuelles (consommateur i , producteur j). Ces fonctions sont obtenues par *addition* de fonctions individuelles.

Pour la demande, nous avons déterminé (TNC_C) la fonction individuelle de demande $q_{di} = f(p)$. La fonction de demande agrégée, pour l'ensemble des consommateurs d'un même bien, sur un marché unique, s'écrit :

$$Q_D = \sum_{i=1}^n p_{di} = f(p)$$

Pour l'offre nous avons déterminé (TNC_p) la fonction d'offre individuelle $q_{oj} = f(p)$. La fonction d'offre agrégée, pour l'ensemble des producteurs d'un même bien, sur un marché unique, s'écrit :

$$Q_o = \sum_{j=1}^n p_{oj} = f(p)$$

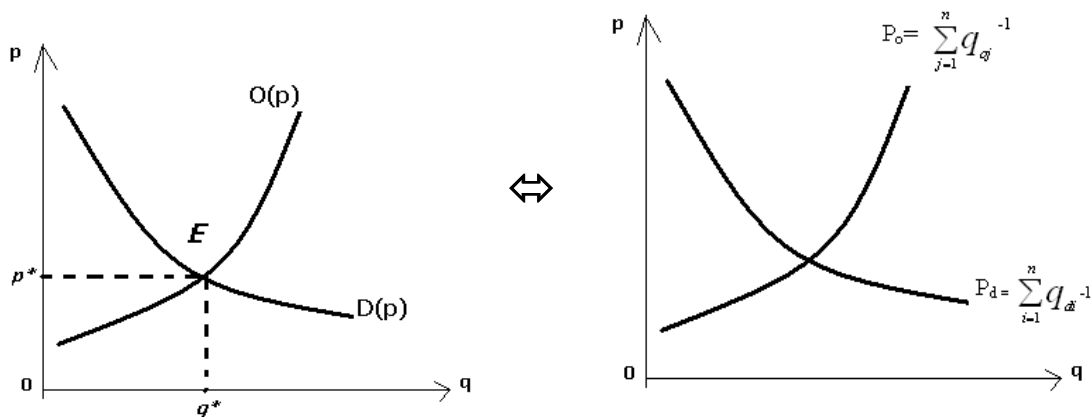
Cette opération d'agrégation, simple à réaliser (il suffit de multiplier la même fonction par le nombre d'agents concernées), nécessite la prudence dans la mesure où *les agents concernés* (offreurs ou demandeurs) *ne présente pas le plus souvent sur le marché la même fonction (d'offre ou de demande)*. Par conséquent l'examen de leur domaine respectif de définition est essentiel pour préciser celui de la fonction agrégée ; On est souvent confronté à des problèmes de discontinuité.

I2) Fonctions inverses d'offre et de demande : Prix d'offre et Prix de demande

On appelle *fonction de prix d'offre* et *fonction de prix de demande*, les fonctions inverses respectivement de $Q_o = \sum_{j=1}^n p_{oj} = f(p)$ et de $Q_D = \sum_{i=1}^n p_{di} = f^1(p)$

$$P_o = \sum_{j=1}^n q_{oj}^{-1} = f^1(Q_o) \text{ et } P_d = \sum_{i=1}^n q_{di}^{-1} = f^1(Q_D)$$

On représente ces fonctions dans le plan (q,0,p). Le graphique représentatif, dans le cas de fonctions non linéaires est :



Les relations entre les variables ont été vues dans les parties précédentes :

Décroissance de la courbe de demande (P_d ou Q_D), soit : $dQ_d/dp < 0$

Croissance de la courbe d'offre (P_o ou Q_o) : $dQ_o/dp > 0$
 On appelle fréquemment ces courbes représentatives : $O(p)$ pour offre au prix « p » et $D(p)$ pour demande au prix « p ».

II) Prix et quantités d'équilibre sur un marché

L'équilibre de marché que nous cherchons est noté :

$$E(p^*, q^*), \text{ avec } p^* \text{ et } q^* (> 0)$$

avec p et q , respectivement le prix et la quantité qui satisfont offreurs et demandeurs.

II1) La méthode : L'égalité entre l'offre et la demande

Le prix d'équilibre du marché est la solution mathématique en p , de l'équation $Q_d \equiv Q_o$.
 On écrit soit : à l'équilibre $Q_d = Q_o$ ou pour signifier réalisée l'égalité à l'équilibre :

$$Q_d \overset{e}{=} Q_o$$

Cette solution existe puisque par définition : $dQ_d/dp < 0$ et $dQ_o/dp > 0$. Le prix d'équilibre (p^*) est donc le point d'intersection des courbes d'offre et de demande. En remplaçant sa valeur dans la fonction d'offre ou dans celle de demande, on obtient les quantités d'équilibre correspondantes (q^*), soit :

Exemple : Soit les fonctions de demande et d'offre, linéaire :

$Q_d = -2p + 10$, définie positive pour $p \leq 5$,

$Q_o = 3p - 2$, positive pour $p \geq 2/3$

On détermine d'abord les fonctions inverses :

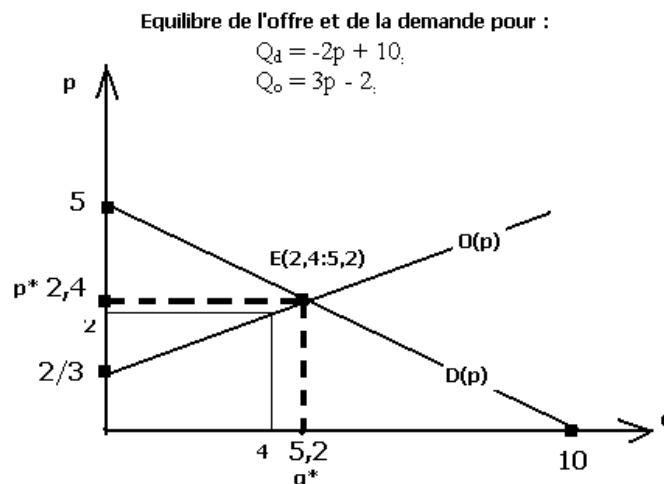
Prix d'offre : $P_o = 1/3Q + 2/3$

Prix de demande : $P_d = -1/2Q + 5$

On représente le graphique de l'équilibre pour obtenir, dans le plan (p, q) une solution géométrique (non suffisante).

On utilise alors les 4 fonctions, puisque les deux premières donnent

- l'abscisse à l'origine de $Q_d = 10$ pour $p=0$
- l'ordonnée à l'origine : $P_o = 2/3$ pour $q=0$, et $P_d = 5$ pour $q=0$.



Puis on démontre algébriquement l'existence de l'équilibre.

$$Q_d \stackrel{e}{=} Q_o$$

En écrivant : $\Leftrightarrow Q_d = -2p + 10 = Q_o = 3p - 2$

Soit $-2p + 10 = 3p - 2 \rightarrow 5p = 12 \rightarrow p = 12/5 = 2,4$ d'où le prix d'équilibre $p^* = 2,4$

En remplaçant par exemple dans $Q_o = 3p - 2 = 3(2,4) - 2 = 7,2 - 2 = 5,2$, et donc les quantités d'équilibre sont $q^* = 5,2$.

A l'équilibre la solution est finalement : $E(p^*, q^*) = E(2,4 ; 5,2)$

Remarque : en comparant les fonctions et leur inverse

$$Q_d = -2p + 10 \quad Q_o = 3p - 2:$$

$$\text{Prix d'offre : } P_o = 1/3Q + 2/3$$

$$\text{Prix de demande : } P_d = -1/2Q + 5$$

On remarque que lorsque la fonction est du type $Q = ap + b$ et que son inverse est $P = \alpha q + \beta$

On passe de la fonction initiale à la fonction inverse en appliquant aux paramètres a et b , la transformation suivante :

$$\alpha = 1/a \text{ et } \beta = -(b/a)$$

II2) Surplus du consommateur et surplus du producteur

Dans la théorie néo-classique, le modèle de la détermination des prix, en concurrence pure et parfaite, illustre **le procédé d'allocation optimale des ressources par le marché**. Il suffit pour comprendre cette expression de voir dans l'équilibre (p^*, q^*) le résultat de l'échange passé entre des offreurs et des demandeurs indépendants, satisfaisant leur propre satisfaction. En généralisant le modèle à l'échelle sociale, on emploie alors l'expression **d'efficacité économique du marché**, puisque les échanges mènent à **un optimum économique à l'échelle de la société**;

C'est pour rendre compte de cette efficacité du marché que Marshall a proposé la mesure du **surplus ou rente**.

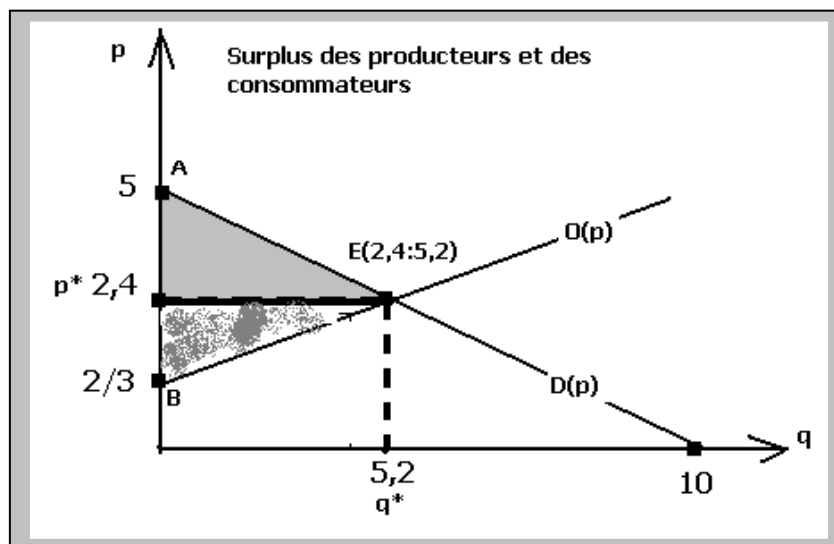
Le surplus ou la rente se définissent et se mesurent relativement à une situation donnée d'équilibre $E(p^*, q^*)$.

Définitions

La rente ou surplus des consommateurs est le gain virtuel résultat du fait que la dépense totale effective réalisée lors du paiement au prix d'équilibre est inférieure à celle qu'ils étaient prêts à engager pour se procurer une certaine quantité de biens.

Symétriquement, la rente ou surplus des producteurs est la différence entre la recette effective et la recette prévue quand le prix de vente effectif est supérieur au prix d'offre prévu.,

Représentation graphique simplifiée à partir de l'exemple précédent :



L'équilibre $E(2,4; 5,2)$ permet de définir **deux triangles représentatifs des surface de surplus** :

- la surface 'A,p*,E) représente le surplus des consommateurs. C'est le gain de l'échange au prix (p^*). Les consommateurs auraient pu subir un prix unitaire supérieur, compris entre [$p=5$; $p>2,4$]
- la surface (p^*,E,B) représente celui des producteurs. C'est le gain de l'échange pour une recette unitaire $p^*=2,4$. Les producteurs auraient pu retirer une recette unitaire inférieure, comprise entre [$p=2/3$; $p<2,4$].
- Le surplus social représente la somme des deux surfaces. Elle correspond alors à l'efficacité du marché. Cette efficacité est donc synonyme de détermination du prix par l'équilibre de l'offre et de la demande.

Le même raisonnement peut être tenu sur les quantités d'équilibre (q^*). Elles sont ici optimales, et leur amoindrissement ne saurait être le fait du marché.

On démontre que les **entraves** à la concurrence pure et parfaite contribuent à des pertes de surplus, et donc d'efficacité.

III) La stabilité de l'équilibre

III1) Le tâtonnement walrassien

L'équilibre est selon l'hypothèse walrassienne réalisé suivant le processus du tâtonnement.

On suppose qu'un intermédiaire fictif entre offreurs et demandeurs, **appelé « commissaire-priseur »** annonce un prix à la criée. Il s'ensuit un **processus d'enchères qui mène à l'équilibre**.

Ce processus donne lieu à des variations de l'offre et de la demande, qu'on étudie ci-après.

Au cours du processus, des exclusions d'offres et de demandes ont lieu, et à terme est réalisé l'équilibre du marché au point d'équilibre noté E. L'exemple le plus fréquemment avancé pour illustrer ce processus d'enchères, est celui du **marché boursier**. On sait en effet que le **prix d'une action** ou d'une obligation, est le résultat d'enchères à la hausse et à la baisse, et donc de quantités échangées (vendues et achetées). La différence est que l'équilibre walrassien considère que les échanges effectifs n'ont lieu qu'à la fin du processus de tâtonnement. C'est donc plutôt la **convergence** qui est l'élément essentiel du processus. Cette

convergence devant être comprise au sens mathématique, puisque le tâtonnement génère en fait une relation de récurrence, ponctuée de *points fixes* (que l'on ne présentera pas ici).

III2) La stabilité statique

III21) définition général d'un équilibre stable

Un équilibre est **stable** si une perturbation ($p \neq p^*$) est suivie d'un **retour à l'équilibre**. La définition comprend 4 cas types regroupés dans le tableau croisé simple ci-dessous :

	Au sens de :	
	WALRAS aJ par les prix	MARSHALL aJ par les quantités
Stabilité statique	Stap	Staq
Stabilité dynamique	Stadp	Stadq

légende
aj = ajustement
Sta= stabilité
p = par les prix
q = par les quantités
d = dynamique

La stabilité de l'équilibre peut s'entendre au sens de Walras ou au sens de Marshall. Dans le premier cas la variable d'ajustement est le prix (p), et dans l'autre c'est la quantité (q). De plus dans chacun de ces deux sens la stabilité peut être statique ou dynamique.

Les abréviations à retenir sont alors

Stap et staq pour la stabilité statique réalisée par ajustement des prix (stap) ou des quantités (staq). La stabilité dynamique est désignée par « Stad », avec ajustement par les prix (stadp) ou les quantités (stadq).

Rappelons que le graphique représentatif de l'équilibre dans le plan (q,0,p), utilise en ordonnées le prix « p », et en abscisses les quantités « q ». Par conséquent **l'ajustement au sens de Marshall se lit en ordonnées et l'ajustement au sens de Walras se lit en abscisses.**

II22) La stabilité statique au sens de Walras (Stap)

On raisonne sur le court terme (**ou courte période**), en ne s'intéressant qu'aux variations et non à leur vitesse. Par ailleurs on fait abstraction du temps ;

Le principe de stabilité avec ajustement par les prix est le suivant. Connaissant les fonctions d'offre et de demande $Q_d = f(p)$ et $Q_o = f(p)$ on représente les fonctions inverses $P_d = f^{-1}(Q_d)$ et $P_o = f^{-1}(Q_o)$. Dès lors, en tout point du graph sauf à l'équilibre il y a déséquilibre de l'offre et de la demande. On exprime alors ce déséquilibre par le calcul de la fonction de *demande nette au prix du marché* (ou E_d), dont la définition est : $E_d = Q_d - Q_o$. deux cas de déséquilibre sont possibles :

- $E_d > 0 \Leftrightarrow Q_d > Q_o$. Une demande nette positive traduit donc une situation d'**excédent** (de l'offre sur la demande) sur le marché. S'il y a excédent, le processus d'ajustement, qui finit par converger vers l'équilibre, est un processus propre à une telle situation. Les enchères de prix par les offreurs sont en effet particulières (ils baissent leur prix).
- $E_d < 0 \Leftrightarrow Q_d < Q_o$. Une demande nette négative traduit donc une situation de **pénurie** (de l'offre sur la demande) sur le marché. S'il y a pénurie, le processus d'ajustement, qui finit par converger vers l'équilibre, est un processus propre à une telle situation. Les enchères de prix par les offreurs et les demandeurs sont en effet particulières (ils élèvent leur prix).
- La convergence est réalisée à l'équilibre, donc lorsque $E_d = 0$. On notera que si les échanges se réalisaient effectivement avant convergence, donc en déséquilibre, on dit que **la règle du côté court du marché l'emporte**. Ce qui signifie que c'est toujours la

plus petite quantité des deux qui l'emporte, soit en excédent (la quantité demandée) et en pénurie (la quantité offerte).

Les conditions de stabilité walrassienne peuvent alors être formalisées. Sachant que Q_d et Q_o sont des fonctions respectivement à pente négative et positive, il s'ensuit que dans tous les cas *la demande nette varie en sens inverse du prix*, donc que sa représentation est une droite décroissante. Il s'ensuit qu'au sens de Walras *un équilibre est stable si* : $(E_d)' = Q_d' - Q_o' < 0$. Cette condition est toujours vérifiée dans le cas « *normal* » où la demande est décroissante et l'offre croissante. Il existe néanmoins 3 autres cas atypiques et peu fréquents. On retrouve ces conditions dans la stabilité au sens de Marshall.

II23) La stabilité statique au sens de Marshall (Staq)

La différence vient du fait que l'on raisonne sur les fonctions de prix d'offre et de prix de demande, c'est-à-dire les fonctions inverses. Les deux déséquilibres précédents subsistent mais ne donnent pas lieu aux mêmes calculs, et l'ajustement *se fait toujours à l'initiative des offreurs et par les quantités*. En pénurie, ils augmentent les quantités, et les réduisent en excédent.

On exprime cette fois le déséquilibre par le calcul de la fonction de *prix de demande net* (ou *excès de prix de demande*) ou F_d , dont la définition est : $F_d = P_d - P_o$.

Dans tous les cas, F_d varie dans le sens inverse des **quantités**. La droite F_d est donc décroissante et la condition de stabilité peut s'écrire : $(F_d)' = P_d' - P_o' < 0$. Cette condition est toujours vérifiée dans le cas « *normal* » où la demande est décroissante et l'offre croissante.

Par conséquent, ce cas est celui où *il n'existe aucune incompatibilité entre les raisonnements de Walras et de Marshall*.

Il est intéressant de mentionner **les cas d'incompatibilité entre les raisonnements** :

- Offre et demande sont croissantes, alors s'il y a stabilité au sens de Marshall, il n'y a pas stabilité au sens de Walras. Les relations formelles entre les pentes ne sont plus respectées.
- Le résultat est le même lorsque les deux fonctions sont décroissantes.

Si dans la réalité il y a concordance entre les deux raisonnements c'est qu'un ajustement par les prix, tel qu'il est considéré par Walras, entraîne normalement un même ajustement par les quantités, tel que le conçoit Marshall. Il y a retour à l'équilibre dans les deux cas.

On conçoit au total que le graphique représentatif d'un équilibre statique, requiert des modifications de la demande et de l'offre pour qu'il y ait ajustement. Il importe de consacrer un paragraphe particulier pour distinguer ces modifications et préciser le sens d'expressions usuelles, telles que *la demande augmente, ou l'offre diminue* par exemple.

II24) Déplacement le long d'une courbe et glissement de la courbe

II241) Définitions :

Ainsi qu'il a été expliqué dans les deux parties précédentes, les fonctions de demande du consommateur, ou celle de l'offre du producteur, sont des fonctions à plusieurs arguments ou variables.

La demande d'un bien X est une fonction certes du prix de ce bien (p_x), mais elle peut varier du fait d'autres causes, telles que le revenu du consommateur (R), le prix des autres biens (p_i) par exemple.

Il en est de même de l'offre du producteur de X, certes fonction du prix du bien (p_x), mais aussi ceux des autres biens ou facteurs de production (w , et r , salaire et intérêt) et du coût (C_T), par exemple.

Aussi écrira-t-on la première $Q_{dx} = f(p_x, R, p_i)$ et la seconde $Q_{ox} = f(p_x, w, r, C_T)$.

On retiendra alors les définitions ci-dessous désignant leur variations :

Les variations de l'offre et de la demande

Modifications	$Q_{dx} = f(p_x, R, p_i)$	$Q_{ox} = f(p_x, w, r, C_T)$
Seule p_x varie	Déplacement le long de Q_{dx}	Déplacement le long de Q_{ox}
Une autre variable que p_x est modifiée	Glissement de la courbe Q_{dx}	Glissement de la courbe Q_{ox}

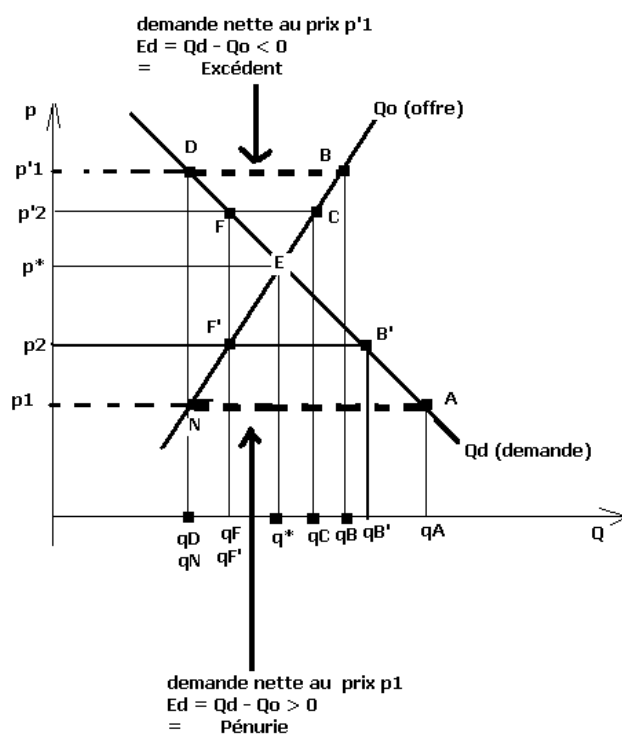
II242) Déplacement le long de la courbe et retour à la stabilité statique

Présentation géométrique

On examine dans le graphique ci-dessous le processus walrassien de convergence vers l'équilibre en statique. Les deux cas de déséquilibre sont apparents (excédent et pénurie), pour montrer que c'est par **le déplacement le long des courbes d'offre et de demande que se réalise le processus d'ajustement par les prix.**

Les fonctions linéaires d'offre et de demande utilisées sont les fonctions habituelles et la pente choisie pour chacune d'elle est purement arbitraire. On note néanmoins que cette pente agit sur la sensibilité des variations des quantités lorsque le prix varie, sans toutefois remettre en cause le processus d'ajustement illustré.

Graphique 1 Ajustement walrassien ou par les prix (déplacement le long des courbes)



Ajustement vers l'équilibre "E" en situation d'excédent (ou $Ed < 0$).

Des offreurs ne parvenant pas à écouler leur production au prix $p'1$, diminuent leur prix à $p'2$, entraînant une réaction des demandeurs qui accroissent les quantités demandées de qD à qF . Toute la production qC n'étant pas écoulee, les offreurs baissent à nouveau le prix jusqu'à ce que la hausse de la demande soit effective au prix p^* et quantités q^* . Est alors atteint l'équilibre E, qui éponge l'excédent et satisfait les deux échangistes. Ce processus s'est déroulé par déplacement le long des deux courbes vers le bas.

Ajustement vers l'équilibre "E" en situation de pénurie (ou $Ed > 0$).

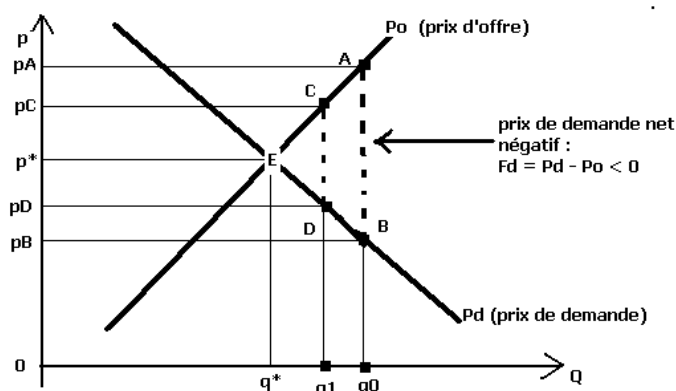
Il s'agit de la situation diamétralement opposée. La pénurie d'offre au prix $p1$, entraîne des enchères des demandeurs à la hausse qui sont prêts à payer $p2$ pour des quantités que les offreurs sont disposés à mettre sur le marché. La pénurie n'étant pas éliminée au prix $p2$, le processus se renouvelle, pour converger vers la situation d'équilibre E.

Ce processus s'est déroulé par déplacement le long des deux courbes vers le haut

La règle du côté court aurait joué par exemple au point D, en situation d'excédent, si les échanges ont lieu, ne sont vendues et achetées que qD quantités. De même au point N, en situation de pénurie, seules qN quantités auraient été échangées.

C'est ce même type de déplacement le long des courbes qui explique le processus Marshallien de convergence vers l'équilibre. Pour illustrer celui-ci nous choisissons ci-dessous le cas où le prix d'offre est supérieur au prix de demande.

Graphique 2 : Ajustement marshallien ou par les quantités (déplacement le long des courbes)



II243) Le glissement des courbes d'offre et de demande

Nous reprenons le graphique 1, et nous nous demandons :

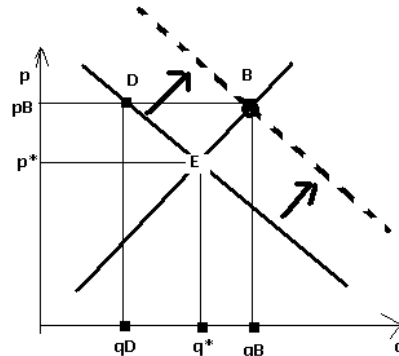
- A quelle condition, en situation d'excédent d'offre (donc d'une quantité offerte non écoulee au prix des offreurs), l'équilibre peut-il être pourtant réalisé à ce prix ? Par exemple au point B du graphique 1.
- A quelle condition, en situation de pénurie d'offre (donc d'une quantité demandée au prix des demandeurs, non satisfaite), l'équilibre peut-il pourtant être réalisé à ce prix ?

- Par exemple au point B' du graphique 1.

La réponse est : il suffit que les courbes d'offre et de demande subissent un *glissement vers ce nouvel équilibre*.

Cas d'un équilibre potentiel au point B. Cette situation est possible si la demande augmente et donc que la courbe initiale de demande glisse parallèlement vers la droite. La demande passe alors au prix constant p^1 , de quantités demandées q_D aux nouvelles quantités q_B . Une telle augmentation ne peut être due qu'à la modifications d'autres variables que le prix. On peut supposer par exemple un effet revenu, ou un effet de report de demandeurs d'un autre bien vers celui-ci.

La situation peut sommairement être représentée comme suit :



Glissement et hausse de la demande

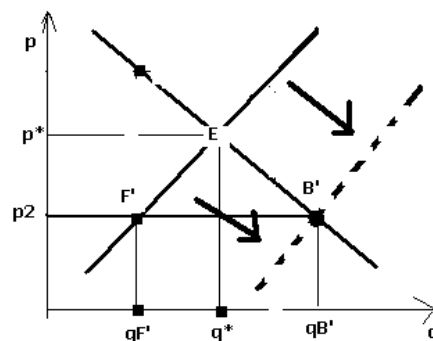
La combinaison (p_B, q_B) au point B représente un nouvel équilibre du marché consécutif à une hausse de la demande traduite par le déplacement de la courbe de demande.

La demande nette au prix p_B est donc nulle et l'excédent est totalement épongé.

Cas d'un équilibre potentiel au point B' : Cette situation est possible si l'offre augmente et donc que la courbe d'offre initiale glisse parallèlement vers la droite. L'offre passe alors au prix constant p_2 , de quantités offertes q_F' aux nouvelles quantités $q_{B'}$.

Une telle augmentation ne peut être due qu'à la modifications d'autres variables que le prix. On peut supposer par exemple l'arrivée de nouvelles entreprises sur le marché du bien..

La situation peut sommairement être représentée comme suit :



Glissement et hausse de l'offre

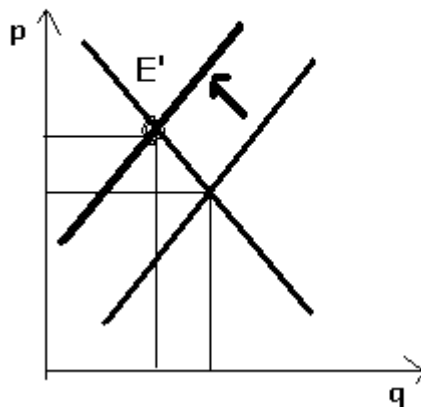
La combinaison $(p_2, q_{B'})$ au point B' représente un nouvel équilibre du marché consécutif à une hausse de l'offre traduite par le glissement de la courbe d'offre

Le prix de demande net au prix p_2 est donc nul ($F_d=0$) et la pénurie est résorbée au prix p_2 .

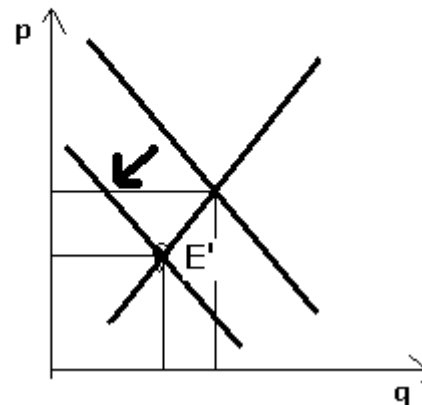
Les deux types de glissements ci-dessus illustrent l'augmentation de l'offre ou celle de la demande. Le glissement se fait alors vers la droite dans les deux cas.

On peut donc compléter simplement par les glissements en sens opposé, vers la gauche et qui traduisent la baisse de l'offre ou de la demande. Les deux graphiques sont alors :

Glissement vers la gauche ou baisse de l'offre et nouvel équilibre (E')



Glissement vers la gauche ou baisse de la demande et nouvel équilibre (E').



III3) La stabilité dynamique (au sens de Walras et de Marshall). Ou équilibre de longue période : Le modèle dit du Cobweb

III31) Présentation du modèle

La stabilité dynamique est aussi appelée **équilibre de longue période ou encore équilibre avec adaptation retardée de l'offre**. On la connaît surtout sous le nom de « Cobweb » ou « toile d'araignée ». Cette expression vient de l'économiste keynésien **Nicolas Kaldor**, pour caractériser le graphique particulier qui la représente. La stabilité dynamique ou adaptation retardée de l'offre est propre à certains marchés types, marqués par :

- un décalage temporel entre la décision de production, sur la base du prix en vigueur ou courant, et le moment où les demandeurs peuvent disposer du produit,
- l'impossible ou difficile stockage prolongé du produit.

Aussi comme l'a montré **Jan Tinbergen** ces marchés sont surtout agricoles, ainsi que l'atteste son travail sur le cycle du maïs/porc. On peut considérer comme exemple général aussi, l'ensemble des céréales, successivement semées, puis récoltées en fin de cycle naturel (1 année environ). Au moment des semences, les producteurs offreurs décident de la surface cultivées sur la base du prix courant. Leur offre est demandée après la récolte, soit 1 an après environ sur la base d'un autre prix. Toutefois entre les deux prix existe une relation, due aux *anticipations de prix des offreurs au moment de la décision de production*.

Plus généralement, la stabilité dynamique correspond au cas présenté par Walras, selon lequel un excès de demande positif tend à faire augmenter le prix.

III32) Le Cobweb : première présentation du prix d'équilibre comme relation de récurrence

III321) L'offre, la demande et l'équilibre

Soit une situation examinée au temps t

- La demande dite **instantanée** dépend du prix en t , et s'écrit $Q_{d_{pt}}$ (quantités demandées au temps t)

- L'offre dépend du prix de la période précédente, et s'écrit $Q_{o_{p\ t-1}}$ (quantités offertes au temps t , exprimées relativement au prix de la période précédente ($t-1$)).

Toutefois le prix en $t-1$ décidé par les offreurs est **un prix anticipé** pour la période suivante. Nous appelons ce prix anticipé (p_t^a). Tout se passe comme si le cultivateur disait : j'ensemence n hectares pour produire q quantités *que j'escompte vendre* au prix (au kg) anticipé minimum $p_t^a = p_{t-1}$.

Au temps t , l'équilibre de l'offre et de la demande s'écrit : A l'équilibre $Q_{d_{pt}} = Q_{o_{p\ t-1}} = Q_{o_{pt}}^a$. Son issue dépend des anticipations et des prévisions des entrepreneurs agricoles.

III322) Le rôle des anticipations et la relation de récurrence

Deux cas sont possibles : anticipations parfaites, ou anticipations imparfaites.

Si les anticipations sont parfaites, soit si $p_t^a = p_t$, alors la relation d'équilibre devient :

A l'équilibre $Q_{d_{pt}} = Q_{o_{p\ t-1}} = Q_{o_{pt}}^a = Q_{o_{pt}}$, c'est-à-dire **$Q_{d_{pt}} = Q_{o_{pt}}$** .

La solution de cette équation ne dépend pas de t , mais du seul prix *d'équilibre*, noté p^* , pour des quantités échangées à l'équilibre, q^* . On a alors **$Q_{d_{p^*}} = Q_{o_{p^*}} = q^*$**

En généralisant à n périodes, le modèle présente donc une solution, équivalente à des trajectoires constantes de *prix* et de *quantités* d'équilibre. Ces équilibres se succèdent et sont caractéristiques d'un état stationnaire.

Si les anticipations ou prévisions sont imparfaites, soit si $p_t^a \neq p_t$, comme c'est généralement le cas, dont celui du Cobweb, le modèle suppose des anticipations statiques. Ces anticipations sont de la forme : $p_t^a = p_{t-1}$. La relation d'équilibre devient : A l'équilibre $Q_{d_{pt}} = Q_{o_{p\ t-1}}$.

Il est aisé de concevoir sur plusieurs périodes qu'il apparaît alors une relation de récurrence sur le prix, puisque le prix d'équilibre de chaque période dépend du prix de la période précédente.

Cette relation d'ordre 1 sur le prix, a pour solution une suite de prix instantanés (p_t), dépendante du prix de départ (par exemple p_0) et de la forme des fonctions d'offre et de demande. Celles-ci sont supposées respectivement croissante (offre) et décroissante (demande).

On examine la relation de récurrence en supposant linéaires l'offre et la demande.

Soit $Q_{o_p} = ap$

$Q_{d_p} = -cp + b$, les paramètres a, b, c , sont positifs.

A l'équilibre $Q_{d_{pt}} = Q_{o_{p\ t-1}} \Leftrightarrow -cp_t + b = ap_{t-1}$

Le prix d'équilibre est donc la solution dénommée plus haut p^* égal à

$$p_t = \frac{-ap_{t-1} + b}{c}$$

En raisonnant à *l'état stationnaire*, ou en longue période, ou ce qui est le même, en *prévisions parfaites*, soit dans l'hypothèse où $p^* = p_t = p_{t-1}$, le prix d'équilibre s'écrit naturellement :

$$p^* = \frac{-ap^* + b}{c} \Rightarrow p^* = \frac{b}{a + c}$$

III323) La stabilité dynamique

L'analyse de la stabilité d'un tel équilibre, concerne *l'évolution des prix instantanés*. Cette évolution est saisie par *l'écart* entre prix instantané et le *prix de longue période*, soit

$$p_t - p^* = -\frac{a}{c} (p_0 - p^*) \quad \text{où } p_0 \text{ est le prix initial}$$

L'écart ($p_t - p^*$) décrit donc une suite, et donc *une progression géométrique de raison* $(-a/c)$.

La stabilité de l'écart est dite alors dynamique, car la suite *oscille autour de* p^* . En considérant plusieurs périodes elle est de la forme

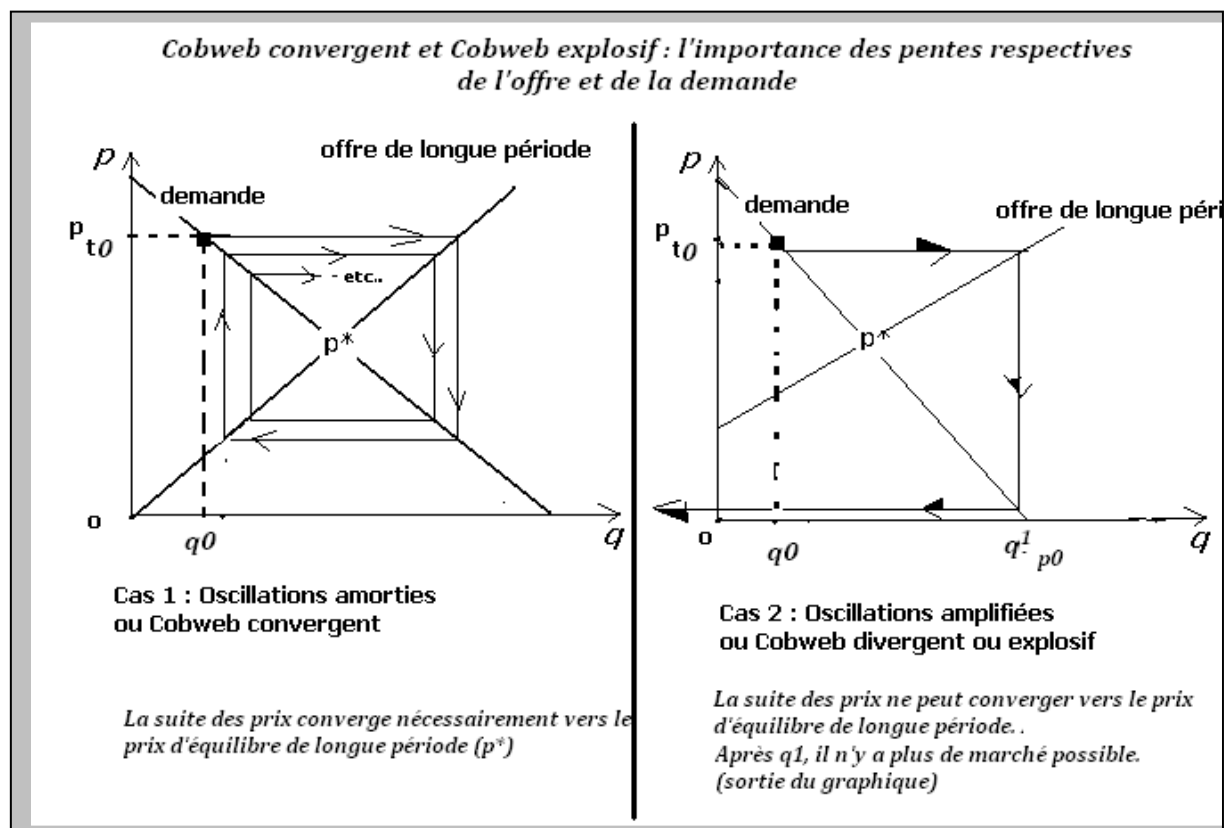
$$p_t - p^* = - \left(\frac{a}{c} \right)^t (p_0 - p^*)$$

Le résultat des oscillations peut prendre **trois formes (ou oscillations)** différentes, dénommées :

Trois modèles de Cobweb selon le type d'oscillations

- **Oscillations amorties** : $a < c$
- **Oscillations constantes** : $a = c$
- **Oscillations de plus en plus fortes, ou amplifiées** : $a > c$

Ce que l'on représente, pour les deux cas extrêmes, par les graphiques habituelles du Cobweb :



III33) Le Cobweb : seconde présentation du prix d'équilibre comme relation de récurrence

III331) Présentation et définitions

Il est équivalent d'énoncer :

- que le prix instantané, celui de l'année t , détermine l'offre de l'année suivante ($t+1$), ou
- que l'offre (ou production) de l'année t , est déterminée par le prix d'équilibre de l'année antérieure ($t-1$).

On appelle alors **plan de production** (des offreurs), l'équation de l'offre, exprimée suivant l'une ou l'autre des deux définitions. En la supposant linéaire, **l'équation du plan de production (EPP)** s'écrit :

$$\text{Equation du plan de production ou offre de longue période} \\ Q_{o_{pt+1}} = a^*p_t + b^* \quad (a^* \text{ et } b^* \text{ constants et } >0)$$

La demande est quant à elle définie par $Q_{d_{pt}} = ap_t + b$

III332) La relation de récurrence

Les équilibres successifs depuis l'année initiale sont :

- en t_0
 - ❖ l'offre est une donnée : $Q_{o_{p0}} = \text{constante}$. On la nomme oQ_0
 - ❖ Connaissant la demande (supra) on écrit l'équilibre du marché : A l'équilibre $oQ_0 = dQ_0 = a.p_0 + b$
 - Le prix d'équilibre est alors $p_0 = (oQ_0 - b) / a$
- en t_1
 - ❖ on obtient la quantité nouvelle produite et offerte à partir de l'EPP, qui devient : $oQ_{t1} = a^*.p_0 + b^*$
 - ❖ Connaissant la demande (supra) on écrit l'équilibre du marché : A l'équilibre $oQ_{t1} = dQ_1 = a.p_1 + b$
 - Le prix d'équilibre est alors $p_1 = (oQ_1 - b) / a$. Or on sait que $oQ_1 = a^*p_0 + b^*$ (EPP). En remplaçant il vient une autre expression du prix d'équilibre : $p_1 = [(a^*p_0 + b^*) - b] / a$
- en t_2 , le prix d'équilibre s'écrit de même : $p_2 = [(a^*p_1 + b^*) - b] / a$
- et en général, le prix d'équilibre s'écrit pour chaque période : $p_t = [(a^*p_{t-1} + b^*) - b] / a$ soit :

$$p_t = (a^*/a). p_{t-1} + [(b^*-b) / a]$$

qui est une relation fondamentale, reliant le prix de marché d'une période au prix de marché de la période précédente.

Si on appelle p_{LT} , le prix d'équilibre dynamique, ou prix stable une fois atteint, on peut écrire

$$p_{LT} = p_t = p_{t+1}$$

Par conséquent : il devient possible d'exprimer l'offre et la demande d'une période (par exemple en $t+1$) en fonction du prix **de la même période** (ou prix courant) (donc p_{t+1}).

Ainsi : $Q_{o_{pt+1}} = a^*p_{t+1} + b^*$

$$Q_{d_{pt+1}} = ap_{t+1} + b$$

Et à l'équilibre $Q_{o_{pt+1}} = Q_{d_{pt+1}}$ et donc $p_{t+1} = p_{LT} = (b-b^*) / (a-a^*)$ **qui est l'ordonnée de l'intersection de la demande avec la droite du plan de production.**

On appelle alors $E_t = p_t - p_{LT}$, l'écart entre le prix d'une période et le prix d'équilibre dynamique.

En remplaçant par leurs expressions, on a :

$$E_t = (a^*/a). p_{t-1} + [(b^*-b) / a] - (a^*/a). p_{LT} + [(b^*-b) / a]$$

En factorisant et simplifiant, l'écart devient : $E_t = (a^*/a). (p_{t-1} - p_{LT})$

L'équation de récurrence partant de t_0 s'écrit alors :

$$E_1 = (a^*/a) \cdot E_0$$

$$E_2 = (a^*/a) \cdot E_1 = (a^*/a)^2 \cdot E_0$$

...

$$E_t = (a^*/a) \cdot E_{t-1} = (a^*/a)^t \cdot E_0$$

On peut réintroduire les prix, sachant que : $E_0 = p_0 - p_{LT}$ et $E_t = p_t - p_{LT}$

L'équation de récurrence devient : $p_t - p_{LT} = (a^*/a)^t \cdot (p_0 - p_{LT})$, et donc

$$P_t = (a^*/a)^t \cdot p_0 + p_{LT} [1 - (a^*/a)^t]$$

Equation du prix de marché à n'importe quelle période lorsqu'on connaît P_{LT} et p_0 .

III333) La stabilité de l'équilibre dynamique à partir de l'écart E_t

L'écart $E_t = (a^*/a)^t \cdot E_0$ sert à étudier la stabilité.

La règle est : *l'équilibre est atteint et stable si E_t tend vers 0.*

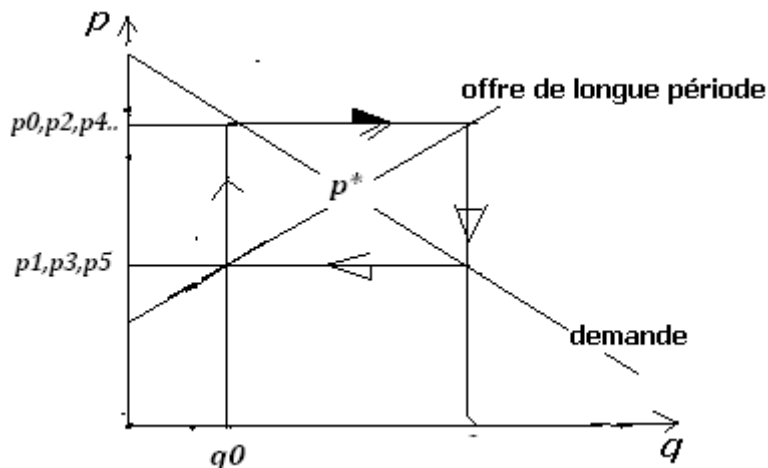
Dans le cas contraire il existe 3 cas déterminés par la comparaison des pentes (a^*) plan de production, et (a) demande. On les recense en rappelant que la représentation graphique est celle marshallienne des prix d'offre et prix de demande, donc des fonctions inverses d'offre et de demande.

Ces 3 cas sont en valeur absolue (les séparateurs sont omis ci-dessous) :

1) $a > a^*$ ($\Leftrightarrow 1/a > 1/a^*$). Dans ce cas, $(a^*/a) < 1$, et donc $(a^*/a)^t$ et E_t tendent vers 0 quand t tend vers l'infini. La série des prix est *convergente*.

2) $a < a^*$ ($\Leftrightarrow 1/a < 1/a^*$). Dans ce cas, $(a^*/a) > 1$, et donc $(a^*/a)^t$ et E_t tendent vers l'infini quand t tend vers l'infini. La série des prix est divergente. Un écart E_0 engendre des fluctuations de prix explosives, telles que les quantités produites deviennent incompatible avec la poursuite du marché.

3) $a = a^*$. Dans ce cas $(a^*/a)^t = \pm 1$ selon que t est pair ou impair et $E_t = \pm E_0$. Dans ce cas, les prix oscillent autour de p^* , selon une amplitude constante égale à $[p_0 - p^*]$. On qualifie parfois cette situation de *déséquilibre stable*. Ce cas est peu fréquent, et donne lieu à la représentation suivante :



III34) Stabilité dynamique : Application

Les fonctions d'offre et de demande globales, sur un marché agricole en situation de concurrence pure et parfaite, sont respectivement :

Offre au prix en ($t-1$) : $Q_{0t} = f(p_{t-1}) = a \cdot p_{t-1} + b$ (a et $b > 0$)

Demande au prix en t : $Q_{dt} = f(p_t) = c \cdot p_t + d$ ($c < 0$ et $d > 0$)

On se propose

- 1) de déterminer le prix d'équilibre sur le marché
- 2) d'étudier sa *stabilité*
- 3) de représenter graphiquement la stabilité du Cobweb sous les trois hypothèses suivantes :

Hypothèse	a	c	b	d
I	1	-1	2	3
II	2	-1	2	3
III	1	-2	2	3

- 1) déterminer le prix d'équilibre sur le marché

A l'équilibre $Q_o = Q_d$, soit : $a.p_{t-1} + b = c.p_t + d \implies p^* = (d-b) / (a-c)$

- 2) étudier la *stabilité de l'équilibre*

On doit s'appliquer à trouver une *expression du prix instantané* p_t , en fonction de l'écart $(p_o - p^*)$. Cette expression permet ensuite d'analyser les différentes oscillations possibles.

Etape 1 : écrire $p_t = f(p_{t-1})$

A l'équilibre $Q_o = Q_d$, soit : $a.p_{t-1} + b = c.p_t + d \implies p_t = (a/c) \cdot p_{t-1} + (b-d/c)$. On peut pour alléger la formule appeler $(a/c) = \alpha$ et $(b-d/c) = \beta$. L'équation devient : $p_t = \alpha \cdot p_{t-1} + \beta$

Etape 2 : recherche de la relation de récurrence permettant de trouver une *expression du prix instantané* p_t , en fonction de l'écart $(p_o - p^*)$.

Partant de $p_t = \alpha \cdot p_{t-1} + \beta$ on peut remplacer dans le second membre $p_{t-1} = \alpha \cdot p_{t-2} + \beta$.

Alors : $p_t = \alpha \cdot [\alpha \cdot p_{t-2} + \beta] + \beta = \alpha^2 \cdot p_{t-2} + \alpha\beta + \beta$; on peut remplacer dans le second membre $p_{t-2} = \alpha \cdot p_{t-3} + \beta$.

Alors : $p_t = \alpha^2 \cdot p_{t-2} + \alpha\beta + \beta = \alpha^2 \cdot [\alpha \cdot p_{t-3} + \beta] + \alpha\beta + \beta = \alpha^3 \cdot p_{t-3} + \alpha^2\beta + \alpha\beta + \beta$

Etc....et en généralisant, nous obtenons :

$$p_t = \alpha^t \cdot p_0 + \alpha^{t-1}\beta + \alpha^{t-2}\beta + \dots + \alpha^2\beta + \alpha\beta + \beta$$

Nous reconnaissons là une suite géométrique, de premier terme (p_0) et de raison α .

Elle est en effet du type : $1 + q + q^2 + \dots + q^{(n-1)}$. Nous savons que cette somme des n premiers termes d'une suite géométrique est égale à : $[(1-q^n) / (1-q)]$, donc ici $[(1-\alpha^t) / (1-\alpha)]$.

Par conséquent : $p_t = \alpha^t \cdot p_0 + \beta[(1-\alpha^t) / (1-\alpha)]$, soit en réduisant au même dénominateur :

$p_t = \alpha^t \cdot [p_0 - (\beta / (1-\alpha))] + [\beta / (1-\alpha)]$, et comme $(a/c) = \alpha$ et $(b-d/c) = \beta$, alors

$p_t = (a/c)^t \cdot [p_0 - (b-d/c-a)] + [b-d / c - a]$, or on sait que $p^* = (d-b) / (a-c)$, d'où en remplaçant :

$$p_t = (a/c)^t \cdot (p_0 - p^*) + p^*$$

qui est *expression recherchée du prix instantané* p_t , en fonction de l'écart $(p_o - p^*)$.

Cette égalité permet d'analyser les 3 types d'oscillations possibles par la comparaison **en valeur absolue** des pentes "c" et "a".

1^{er} cas : $c = a$, $\lim P_t = P_0$ lorsque $t \longrightarrow +\infty$

Les oscillations sont dites autoentretenues ou régulières ou constantes.

2^{ème} cas : $c < a$, $\lim P_t = +\infty$ lorsque $t \longrightarrow +\infty$

Les oscillations sont dites divergentes, amplifiées ou explosives.

3^{ème} cas : $c > a$, *la pente de la demande est plus forte en valeur absolue, que celle de l'offre.*

Alors $\lim P_t = P^*$ lorsque $t \longrightarrow +\infty$. Les oscillations sont dites *amorties* ou convergentes.

Ce cas est celui de l'équilibre stable.

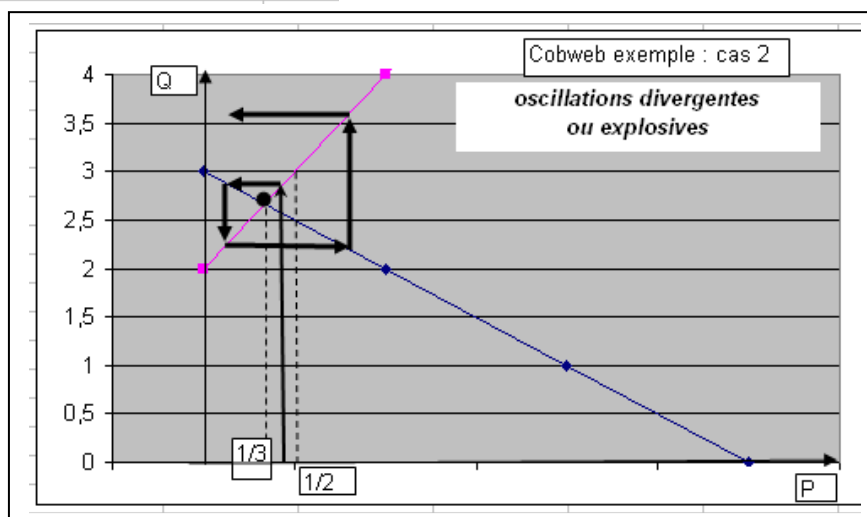
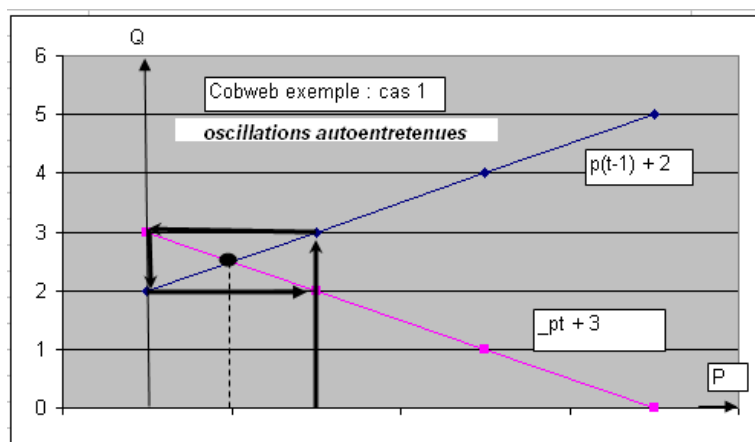
Etape 3 : représenter graphiquement la stabilité du Cobweb sous les trois hypothèses du tableau :

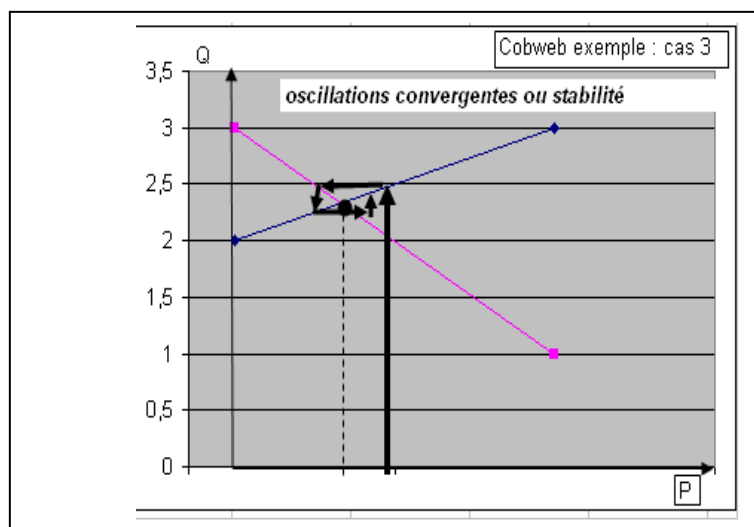
La méthode consiste à calculer le prix d'équilibre à l'aide de sa formule $p^* = (d-b) / (a-c)$, suivant chaque hypothèse. De plus les relations entre paramètres donnent le type d'oscillation correspondant à l'hypothèse. Enfin, la représentation graphique est celle des fonctions $Q_{o_t} = f(p_{t-1}) = a.p_{t-1} + b$ (a et $b > 0$) $Q_{d_t} = f(p_t) = cp_t + d$ (avec $c < 0$), dans lesquelles on a remplacé les paramètres par leur valeur suivant chaque hypothèse. Cette représentation doit confirmer les deux constats précédents (p^* et type d'oscillations).

Le tableau ci-dessous montre les résultats de ces deux opérations :

Hypothèse	a	c	b	d	p^*	Oscillations	offre- $Q_o(t) =$	demande - $Q_d(t) =$
I	1	.1	2	3	0,50	$a=c \Rightarrow$ instabilité car oscillations autoentretenues	$p(t-1) + 2$	$_{-}p(t) + 3$
II	2	.1	2	3	0,33	$a > c \Rightarrow$ instabilité car oscillations explosives	$2p(t-1) + 2$	$_{-}p(t) + 3$
III	1	.2	2	3	0,33	$a < c \Rightarrow$ stabilité ou convergence, car oscillations amorties	$p(t-1) + 2$	$_{-}2p(t) + 3$

Les trois graphiques représentatifs des deux dernières colonnes sont :





Remarque : nous n'avons pas ici choisi de représenter les fonctions inverses d'offre et de demande. Elles auraient dû être déterminées plus haut, puis représentées dans le plan $(0, q, p)$.

IV) Fiscalité et équilibre : effets de l'introduction d'une taxation (les bases)

Introduction : La fiscalité comme imperfection du marché

Nous avons vu en introduction que l'un des concepts fondamentaux de la TNC est celui d'*efficacité économique*, ou d'optimum. Les agents individuels, ainsi que l'économie toute entière peuvent atteindre un optimum si la *concurrence pure et parfaite n'est altérée par aucune rigidité*. La fiscalité est considérée comme l'une des formes de rigidité, parce qu'elle agit sur la détermination concurrentielle du prix de marché. Son effet est de réduire l'efficacité économique, et donc de mener les agents à une situation *sous-optimale*, différente de l'optimum de premier rang. La présentation proposée ci-dessous montre en effet que l'équilibre sans taxe est plus avantageux pour les consommateurs et les producteurs que l'équilibre avec taxe. L'Etat qui est le troisième agent du marché est le principal bénéficiaire des échanges avec *taxation*.

IV1) Définitions : *taxe forfaitaire* et *taxe ad valorem* (ou *proportionnelle au prix*)

IV11) La taxation : La relation fondamentale « $p = r + t$ »

Dès lors qu'existe sur le marché d'un bien une *taxe sur le prix*, chacun sait qu'apparaissent alors deux prix de marché. Il en est ainsi de la taxe la plus communément répandue, la TVA ou taxe sur la valeur ajoutée qui grève le *prix des biens*. On doit alors distinguer :

- Le prix effectivement payé par les consommateurs, ou prix d'achat, appelé *prix TTC* ou **prix toutes taxes comprises (PTTC)**. On l'appelle par la suite **p**.
- Le prix effectivement perçu par le producteur, ou *recette unitaire*, appelé **prix hors taxe (PHT)**. On l'appelle par la suite **r**.

Si on appelle « **t** », le montant de la taxe unitaire, *Une relation de définition fondamentale lie les deux prix précédents :*

$$\begin{aligned} \text{PTTC} &= \text{PHT} + t \Leftrightarrow \text{PHT} = \text{PTTC} - t \Leftrightarrow t = \text{PTTC} - \text{PHT} \\ \text{Ou } p &= r + t \Leftrightarrow r = p - t \Leftrightarrow t = p - r \end{aligned}$$

Exemple : un blazer est vendu à la vitrine 150€, et on sait que la taxe unitaire qui grève ce prix est de 30€. On dira alors que le consommateur s'acquitte d'un prix TCC de 150€, et que la recette unitaire du producteur est de : $\text{PTTC} - t = \text{PHT} = 150 - 30 = 120$ €. Il s'ensuit que la recette fiscale unitaire est ici égale à $t=30$ €.

IV12) Les deux modes de taxation

Il faut cependant distinguer entre deux modes d'imposition indirecte (du prix), appelé **taxe forfaitaire** et **taxe ad valorem ou proportionnelle au prix**.

L'exemple que nous venons de prendre est celui d'une taxe forfaitaire d'un montant « t ». **La taxe forfaitaire est celle qui s'ajoute au prix hors taxe pour former le prix TTC.** On l'appelle aussi **taxe unitaire**. Son équation est donc :

$$t = \text{PTTC} - \text{PHT}, \text{ puisque } \text{PTTC} = \text{PHT} + t$$

La taxe ad valorem, est une taxe proportionnelle au prix. Elle est généralement exprimée en pourcentage du prix. Elle renvoie donc à un taux de taxe.

Toutefois il importe de préciser si le taux de taxe porte sur le prix TTC ou sur le prix HT.

Aussi distingue-t-on deux types de taux de taxe (ad valorem) :

- **le taux en dehors (ou τ)** est le taux à appliquer au prix HT, ou recette unitaire du vendeur (r).
- **Le taux en dedans (ou θ)** est le taux à appliquer au prix TTC, ou prix d'achat (p).
- Ces deux taux sont unis par une relation qui s'écrit :

	$\theta = \frac{\tau}{1 + \tau}$	et	$\tau = \frac{\theta}{1 - \theta}$	
Taux en dedans				taux en dehors

Exemple : un taux de +25% est appliqué à la recette unitaire d'un vendeur qui est de 100 €.

On peut alors déterminer le taux à appliquer au prix d'achat acquitté par les consommateurs par la formule qui vient d'être donnée.

En effet, le taux +25% porte sur le PHT. C'est donc τ . La recette de 100€ est donc déflatée par cette imposition. Car la vente a été réalisée au prix comprenant la taxe, soit $100 (1+0,25) = 100 \times 1,25 = 125\text{€}$, le prix TTC.

Si on veut maintenant retrouver le prix HT, il faut appliquer à ce prix TTC, le *taux* θ , qui est égal à $(\tau / (1 + \tau))$, soit $(0,25 / 1,25) = - 20\%$ (en l'exprimant en %).

Le prix hors taxe, ou recette du vendeur est en effet bien égal à :

$$125 (1 - 0,2) = 125 - 25 = 100.$$

Comme on peut le voir, les taux en dedans et en dehors sont des *taux symétriques*.

IV13) L'équilibre et la leçon principale des deux modes de taxation

La taxe forfaitaire et la taxe ad valorem perturbent toutes deux *l'équilibre de concurrence pure et parfaite déterminé à l'intersection de la courbe d'offre et de la courbe de demande*.

Dès qu'elles existent, les équations initiales de l'offre et de la demande s'en voient modifiées, et donc leur courbe représentative respective.

- La taxe forfaitaire ne modifie pas la pente des courbes, mais *produit un glissement parallèle de celles-ci*.
- La taxe ad valorem modifie la pente des courbes en leur faisant subir une *rotation*.

On peut alors appeler **problème de la taxation**, l'exercice qui consiste connaissant un mode de taxation et les paramètres correspondants, à déterminer comment l'équilibre de concurrence pure et parfaite est déplacé. Il s'agit donc d'un double calcul du *même équilibre*, et d'une comparaison des deux situations (sans taxe, avec taxe).

Le **problème de la taxation** est ensuite étendu à l'analyse des conséquences de la rupture de l'équilibre. Cette analyse consiste en général à apprécier la perte d'efficacité économique. Plus précisément on démontre que les agents économiques (consommateurs et producteurs)

subissent une **perte de surplus**. Toutefois ils peuvent avoir *inégalement*, de par leur position (offreurs ou demandeurs), subi la taxation. On apprécie ceci en étudiant **l'incidence de la taxe**. Enfin, la contrepartie est la recette unitaire et totale de l'Etat, qu'il convient de mesurer. Il est par ailleurs coutumier de considérer la **recette totale de l'Etat**, comme une fonction qu'il s'agit de maximiser.

Enfin, d'un point de vue formel, la représentation graphique, celle des fonctions inverses, joue ici un rôle analytique important. Elle est partie intégrante du problème.

Mutatis mutandis, le problème de la taxation est aussi celui de la **subvention**. Dans ce cas, on est à l'autre pôle de la fiscalité, celui qui consiste à accroître *une recette unitaire*, et non à la diminuer. Le raisonnement reste le même, mais les conséquences sont opposées.

IV2) La taxe proportionnelle (t) et le glissement des courbes d'offre et de demande

Introduction : la méthode générale et le tableau de synthèse

On considère qu'avant l'apparition de la taxe « t », l'offre et la demande sont exprimées en fonction du même prix, noté p . L'introduction de la taxe t , fait jouer l'équation de définition **$p = r + t$. Or dans celle-ci, l'un des prix, « p » est celui de la demande (on achète toujours au prix TTC), tandis que l'autre, « r », est celui de l'offre (on encaisse toujours un prix HT).**

L'existence de la taxe, dissocie donc les deux fonctions qui ne sont alors plus exprimées par rapport au même prix.

Les deux équilibres à calculer et à comparer sont alors :

- l'équilibre « **E** », avant taxe, issue de l'égalité $O=D$ fonction du même prix ;
- l'équilibre « **E'** » après taxe, issue de l'égalité $O=D$, fonction de leur prix respectif, **r et p .**

Ce calcul de l'équilibre « **E'** » donne lieu à 2 options, puisque l'offre et la demande ont chacune leur prix, et doivent être rapportées à la même variable (au même prix)..

La première option consiste à exprimer les deux fonctions par rapport à « p », le prix de la demande. On la dit ***tout à p*** (solution A du tableau). Dans ce cas, c'est la fonction d'offre qui change d'argument, passant d'une expression en « r » à une expression en « p » grâce à l'équation $r = p - t$. On applique cette option dans le paragraphe suivant IV21).

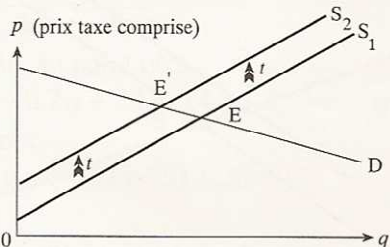
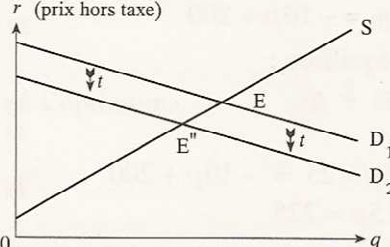
La seconde option est symétrique. On la dit ***tout à r*** (solution B du tableau). Dans ce cas, c'est la fonction de demande qui change d'argument, passant d'une expression en « p » à une expression en « r » grâce à l'équation $p = r + t$.

Pour distinguer ces deux options le tableau de synthèse de la méthode ci-dessous appelle **l'équilibre tout à p, l'équilibre E' ; et l'équilibre tout à r, l'équilibre E''**.

On applique donc soit l'une, soit l'autre des deux options.

Ce tableau de synthèse ne fait que traduire l'effet de la taxe *forfaitaire*, et n'envisage aucune conséquence.

Méthode de détermination de l'équilibre avec taxe forfaitaire « t »

Solution A Expression par rapport au prix taxe comprise (p) (prix de marché payé par les demandeurs)	Solution B Expression par rapport au prix hors taxe (r) (recette unitaire des offreurs)
• Fonctions directes Demande : $q_D = \alpha \cdot p + \beta$ (sans changement) (1) Offre : $q_S = \alpha^* \cdot r + \beta^*$ (2) et $r = p - t$ $\Rightarrow q_S = \alpha^* \cdot p + \beta^* - \alpha^* \cdot t$ (2 bis) • Fonctions inverses (voir figure 4) $p_D = a \cdot q + b$ (3) (comme avant la taxe ou la subvention) $p_S = a^* \cdot q + b^* + t$ (4) • Représentation graphique  Figure 4. La courbe d'offre est translatée vers le haut (vers le bas en cas de subvention), d'une distance t. La courbe de demande ne change pas.	• Fonctions directes Demande : $q_D = \alpha \cdot p + \beta$ (1) et $p = r + t$ $\Rightarrow q_D = \alpha \cdot r + \beta + \alpha \cdot t$ (1 bis) Offre : $q_S = \alpha^* \cdot r + \beta^*$ (sans changement) (2) • Fonctions inverses (voir figure 5) $r_D = a \cdot q + b - t$ (3 bis) $r_S = a^* \cdot q + b^*$ (4 bis) (comme avant la taxe ou la subvention) • Représentation graphique  Figure 5. La courbe de demande est translatée vers le bas (vers le haut en cas de subvention), d'une distance t. La courbe d'offre ne change pas.

IV21) Equilibre TTC (toutes taxes comprises-solution A) et perte de surplus

IV211) Application de la **solution A** : « tout à p. »

L'illustration de la méthode est ici réalisée avec l'option *tout à p*, ou solution A.

Avant l'instauration de la taxe forfaitaire l'équation de l'offre sur le marché est :

$Q_o = 5r - 10$, et celle de la demande $Q_d = -10p + 200$.

L'équilibre avant taxe s'écrit : A l'équilibre $Q_o = Q_d$. Puisqu'il n'existe pas de taxe, alors $p = r + t = r + 0 = r$. L'équilibre peut donc être déterminé en écrivant :

$5p - 10 = -10p + 200 \Rightarrow p^* = 14$ et donc $q^* = 5(14) - 10 = 60$

Soit l'équilibre avant taxe **$E(p^*, q^*) = E(14, 60)$** .

On suppose qu'une taxe de 3€ par unité vendue est instaurée. L'équilibre initial est perturbé. On le démontre en calculant le nouvel équilibre en choisissant par exemple la solution tout à p.

A l'équilibre $Q_o = Q_d$. On veut exprimer les deux fonctions par rapport à p.

La demande ne change pas puisqu'elle a déjà comme argument p. Donc $Q_d = -10p + 200$.

Par contre l'offre était : $Q_o = 5r - 10$. On l'exprime par rapport à p à l'aide de l'équation fondamentale $r = p - t$, soit ici $r = p - 3$. En remplaçant on obtient l'équation de Q_o par rapport à p , soit $Q_o = 5(p - 3) - 10 = 5p - 25$.

A l'équilibre : $Q_o = Q_d \implies -10p + 200 = 5p - 25 \Leftrightarrow 15p = 225 \implies p^* = 15$.

On déduit les quantités d'équilibre par $Q_o = -10(15) + 200 = 50 = q^*$.

Il faut également déterminer la recette unitaire d'équilibre $r^* = p^* - t = 15 - 3 = 12$.

Soit l'équilibre après taxe : $E'(p^*, r^*, q^*) = E'(15, 12, 50)$.

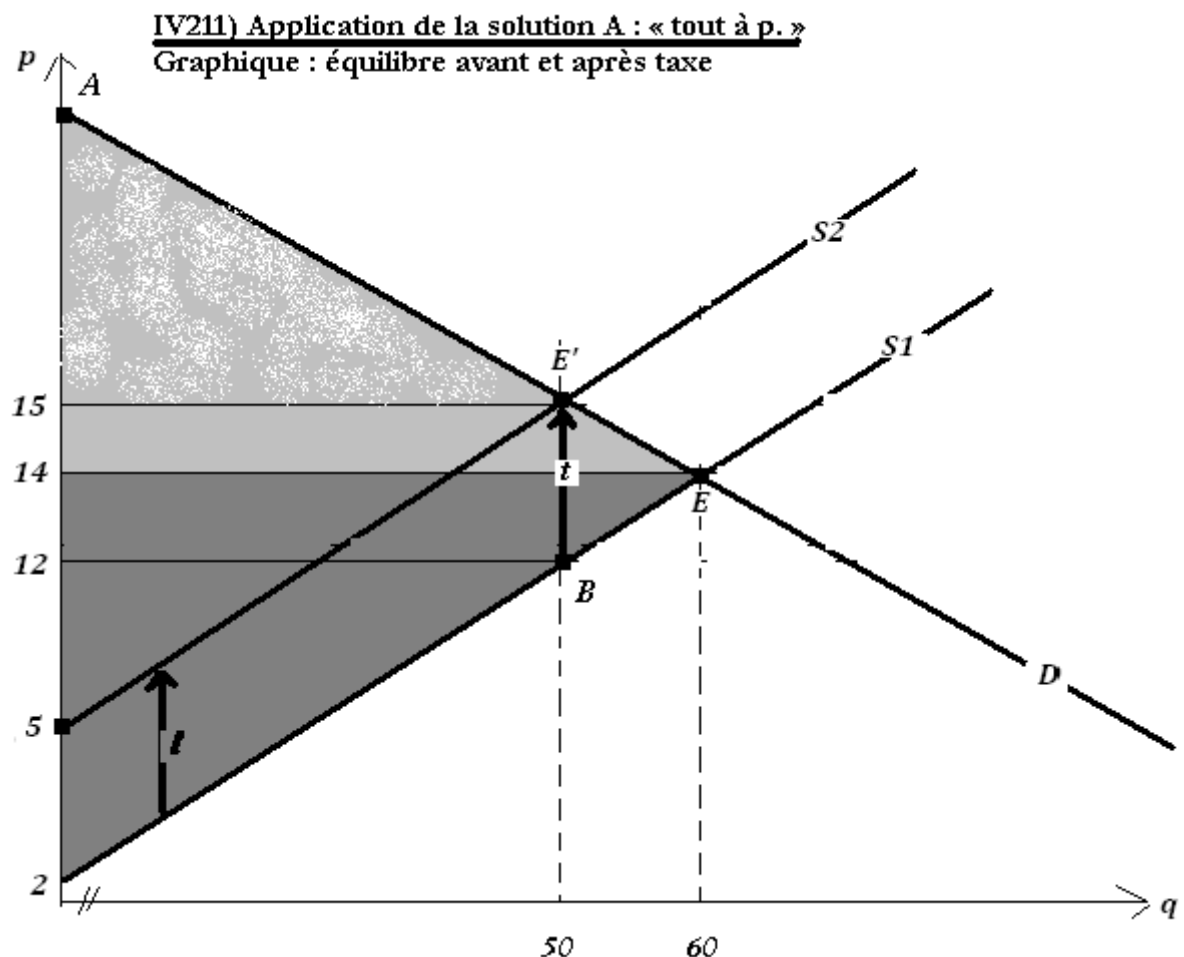
La représentation graphique exige le calcul des fonction inverses :

$Q_d = -10p + 200 \implies p_d = -(1/10)p - (200/-10) = -0,1q + 20$ (droite appelé D)

$Q_o = 5r - 10 \implies r_o = -(1/5)r - (-10/5) = -(1/5)q + 2$ (droite appelée S_1)

$Q_o = 5p - 25 \implies p_o = (1/5)p - (-25/5) = (1/5)q + 5$ (droite appelée S_2).

La représentation graphique est alors



La représentation consiste :

- à tracer les droites représentatives des fonctions inverses (l'échelle est ici approximative)
- à reporter les valeurs d'ordonnée et d'abscisse, ainsi que les symboles nécessaires
- à griser les surfaces significatives pour le commentaire.

IV212) Interprétation du graphique : **Les pertes de surplus**

Le graphique se lit de la manière suivante. L'équilibre sans taxe : $E(p^*, q^*) = E(14, 60)$ se situe à l'intersection de D et S_1 . Il permet de décrire un triangle grisé délimité par les points $(A, E, 2)$. Ce triangle se subdivise en deux triangles séparés par l'horizontale du prix $p^* = 14$. L'aire gris clair $(A, E, 12)$ est celle qui représente le *surplus des consommateurs avant taxe*. L'aire gris foncé $(14, E, 2)$ est celle qui représente le surplus des producteurs avant taxe. Pour calculer ces surplus on utilise la formule donnant la surface d'un triangle $(b \times h / 2)$, pour obtenir : $S_c = 180$ et $S_p = 360$. La somme des deux aires est intégralement répartie entre ces deux surplus ($S = S_c + S_p = 180 + 360 = 540$).

L'introduction de la taxe produit un glissement de l'offre parallèle vers la gauche, d'une distance égale au montant de la taxe unitaire « t ». Il s'agit d'une baisse de l'offre ainsi que l'atteste le nouvel équilibre $E'(p^*, r^*, q^*) = E'(15, 12, 50)$. Les quantités échangées sont moindres (50 au lieu de 60), et le prix d'achat $p^* = 15$ est plus élevé. La recette des offreurs est lisible au point B , partant de E' sur S_1 , soit $r^* = 15$. ce nouvel équilibre décrit de même que le précédent un triangle délimité par les points $(A, 5, E')$. Ce triangle se subdivise en deux triangles séparés par l'horizontale du prix $p^* = 15$. L'aire gris clair blanchie $(A, E', 15)$ est celle qui représente le *surplus des consommateurs après taxe*. L'aire restante $(15, E', 5)$ est celle qui représente le *surplus des producteurs après taxe*. Il est alors possible de lire graphiquement les autres effets de la fiscalité.

IV213) Interprétation du graphique : **La recette fiscale (unitaire et totale)**

IV2131) Définitions

La recette fiscale unitaire, est le montant t ajouté au prix HT pour former le prix TTC. : $t = p - r$. A l'équilibre, elle correspond géométriquement à la distance du glissement parallèle de la droite d'offre ci-dessus, soit au segment $[B-E']$ dont la valeur est lisible en ordonnée, soit $(5-2) = 3$. Cette distance est la différence des ordonnées à l'origine des droites S_2 et S_1 , l'offre après taxe et l'offre sans taxe.

La recette fiscale totale (T) est donnée par l'équation, à l'équilibre :

Recette fiscale totale $T = t \times q^*$
--

C'est donc le produit de la taxe unitaire par les quantités d'équilibre (après taxe).

Géométriquement, elle est représentée par le rectangle délimité par les points $(15, 12, E', B)$.

La surface de ce rectangle est donc d'autant plus importante que sa largeur t , est élevée, et/ou que sa longueur q^* est grande.

IV2132) maximisation de la recette fiscale totale : RF_q

La recette fiscale totale $T = t \times q^*$ peut s'écrire sous la forme d'une fonction des quantités (q). Par définition elle est égale à : $RF_{(q)} =$ dépense totale des demandeurs – recette totale des offreurs

Soit : $RF_{(q)} = DT_q - RT_q$

La fonction admet un maximum au point qui annule sa dérivée., soit :

$$dRF_q/dq = dDT_q/dq - dRT_q/dq = 0$$

$$\Leftrightarrow dDT_q/dq = dRT_q/dq$$

Formons alors les fonctions DT_q et RT_q .

DT_q = dépense totale des demandeurs = $p \times q$.

On avait $p_d = -0,1q + 20$, et donc en multipliant par les quantités, on obtient :

$DT_q = p \times q = q(-0,1q + 20) = -0,1q^2 + 20q$, d'où en dérivant :

$$dDT_q/dq = -0,2q + 20$$

RT = recette totale des offreurs = $r \times q$

On avait $r_o = -(1/5)q + 2$, et donc en multipliant par les quantités, on obtient :

$RT_q = r \times q = q(-0,2q + 2) = -0,2q^2 + 2q$, d'où en dérivant :

$$dRT_q/dq = 0,4q + 2$$

On peut alors déterminer le maximum de la recette fiscale totale, atteint au point où :

$dDT_q/dq = dRT_q/dq$, soit : $-0,2q + 20 = 0,4q + 2 \implies q=30$ à l'optimum.

On en déduit : le prix TTC = $p = (-0,1 \times 30) + 20 = 17$

Et le prix HT := $r = (0,2 \times 30) + 2 = 8$

Et par la relation fondamentale, la taxe unitaire : $t = p - r \implies t = 17 - 8 = 9$.

IV2133) La seconde expression de la recette fiscale totale, ou : RF_t

La recette fiscale totale peut être exprimée en fonction de la taxe « t ». En effet :

$$RF = t \times q$$

On sait qu'à l'équilibre avec taxe dans la solution A : $p_d = p_o \Leftrightarrow aq + b = a^*q + b^* + t$

D'où : $q(a - a^*) = b^* - b + t \implies q = [(b - b^*)/(a - a^*)] + t[1/(a - a^*)]$. Par conséquent :

$$RF = t \times \frac{(b - b^*)}{(a - a^*)} + t^2 \times \frac{1}{(a - a^*)^2}$$

qui est une formule importante permettant de maximiser la RF, et de déterminer le montant t de la taxe unitaire permettant d'atteindre une recette fiscale donnée.

Application à l'exemple précédent :

Max RF $\implies dRF/dt = 0$ égalité toujours vérifiée pour

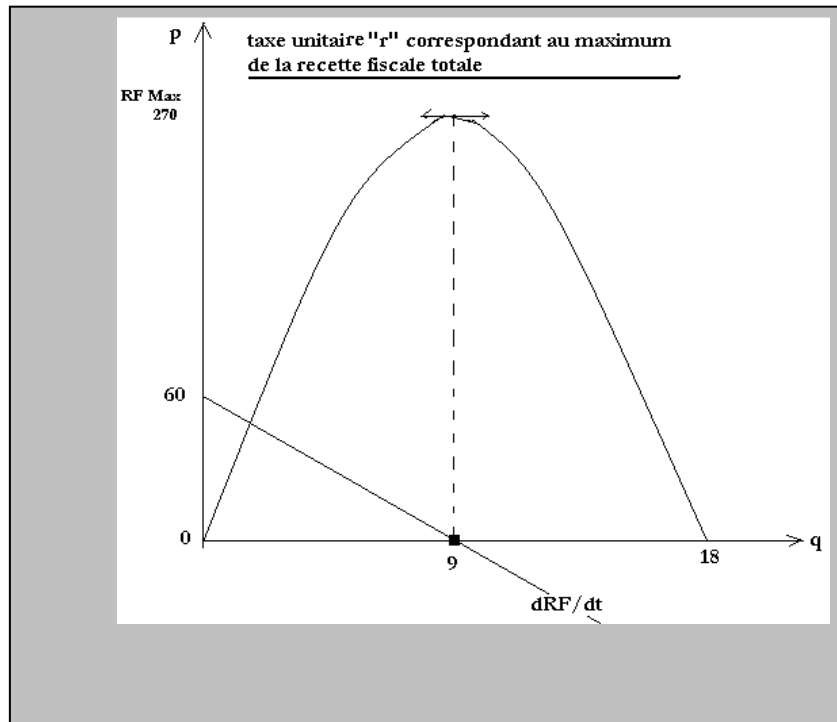
$$t = \frac{(b - b^*)}{2}$$

qui est le taux de taxe qui maximise RF

Soit dans l'exemple : $t = 18/2 = 9$, et la recette fiscale totale obtenue est alors :

$$RF = t \times \frac{(b - b^*)}{(a - a^*)} + t^2 \times \frac{1}{(a - a^*)^2} = 270.$$

La représentation graphique de la recette fiscale et de sa maximisation, appliquée à l'exemple est alors :



$$RF = t \times \frac{(b - b^*)}{(a - a^*)} + t^2 \times \frac{1}{(a - a^*)}$$

La formule

permet également de trouver le montant de la taxe t , correspondant à une RF donnée.

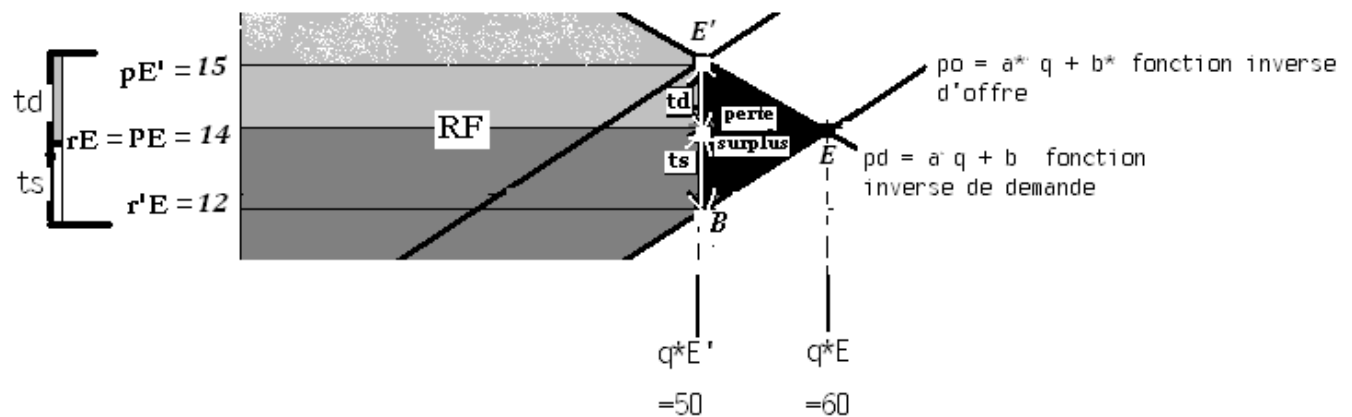
Dans l'exemple : $RF = 60t - (10/3)t^2$. Soit alors un niveau RF_0 de recette totale souhaité, on a alors : $60t - (10/3)t^2 = RF_0 \Rightarrow 60t - (10/3)t^2 - RF_0 = 0$

Si $RF_0 = 150$ par exemple, on a $60t - (10/3)t^2 - 150 = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 18t - 45 = 0$. La solution de ce polynôme du second degré en t , est donnée par le discriminant, soit :

$b^2 - 4(ac) = 144 = 12^2 \Rightarrow$ les deux solutions équivalentes sont $t'_0 = 3$ et $t''_0 = 15$. l'une et l'autre permettent d'atteindre un montant $RF_0 = 150$. Dans la figure précédente t' et t'' correspondent à des ordonnées différentes, situées respectivement dans la partie croissante de la courbe de RF et dans la partie décroissante. Aussi, les deux taux ne sont pas également préférables. Si $t'=3$ peut être accru jusqu'au maximum, $t''=15$ est un taux élevé qui décourage la recherche par les individus d'une hausse de leurs revenus imposables, et entraîne une baisse de la recette fiscale totale. Ce phénomène est connu sous le nom de la courbe de Laffer, et s'énonce : « les hauts taux tuent les totaux ».

IV214) Interprétation du graphique : L'incidence de la taxe sur l'offre et la demande

Dans le cas d'une taxe forfaitaire l'analyse de l'incidence de la taxe est simplifiée. Elle a pour appui démonstratif une partie du graphique.



Avant la taxe, à l'équilibre E, on a $rE = pE = 14$

Avec la taxe joue la relation fondamentale : $p = r + t$

Après la taxe, on observe donc, au point d'équilibre E' : l'égalité $pE' = rE' + t = 12 + 3 = 15$

L'analyse de l'incidence de la taxe consiste alors à distinguer :

- le *supplément de prix supporté par les consommateurs*, ou incidence sur la demande. Cela correspond au segment $td = pE' - pE = 15 - 14 = 1$
- la *perte de recette des producteurs*, ou incidence sur l'offre. Cela correspond au segment $ts = rE - rE' = 14 - 12 = 2$
- L'incidence totale étant $t = pE' - rE = 15 - 12 = 3$, peut s'écrire : $t = td + ts$. Elle se subdivise donc en 2 parts :
 - ❖ Celle qui affecte la demande $= td = t - ts = 3 - 2 = 1$. Celle si représente 1/3 de l'incidence totale ;
 - ❖ Celle qui affecte l'offre $= ts = t - td = 3 - 1 = 2$. Celle-ci représente donc 2/3 de l'incidence totale.

Le graphique permet de constater :

- le caractère non efficient de la taxation puisque qu'apparaît une *perte de surplus social*
- l'influence déterminante des pentes respectives de l'offre et de la demande sur le partage de l'incidence.

▪ On montre ceci en écrivant :

Pente de D = pente de $[E'E]$ = différence des ordonnées sur différence des abscisse,

soit $[td / (q^*E - q^*E')]$; Si a est cette pente alors $a = [td / (q^*E - q^*E')] \implies$

$td = a \times (q^*E - q^*E')$

Pente de l'offre po = pente de $[BE]$ = différence des ordonnées sur différence des abscisse,

soit $[ts / (q^*E - q^*E')]$; Si a^* est cette pente alors $a^* = [ts / (q^*E - q^*E')] \implies$

$ts = a^* \times (q^*E - q^*E')$

Le rapport des pentes s'écrit alors : $td/ts = - (a/a^*)$ et on peut conclure que plus la pente de la demande sera forte en valeur absolue (proche de la verticale) et plus la pente de l'offre sera faible en valeur absolue (proche de l'horizontale), plus l'incidence de la taxe sur les consommateurs sera forte.

Dans ce cas, on qualifie le marché de *marché de vendeurs*, car ils sont avantagés. Dans le cas opposé, on parle de *marché d'acheteurs*, car ce sont les vendeurs qui sont désavantagés.

IV3) La taxe *ad valorem* et la rotation des courbes

Quelque soit la manière dont est énoncé le taux de taxe *ad valorem* : *taux en dedans* ou *taux en dehors*, la taxe *ad valorem* se distingue de la taxe unitaire par l'effet qu'elle engendre sur les droites d'offre et de demande. Celles-ci subissent une **rotation**.

C'est l'écriture algébrique de cette rotation ainsi que sa représentation graphique qu'il faut expliquer. Pour le reste, *le problème de la taxation reste identique* à celui exposé pour la taxe unitaire, comme le prouvent les représentations graphiques ci-dessous.

IV31) La taxe *ad valorem* et la droite de l'offre.

Soit la fonction du prix d'offre initiale : $r_o = a^*q + b^*$. Lorsqu'on adopte la solution A (*tout à p*), la fonction d'offre se modifie de la manière suivante :

On sait que dans tous les cas $r = p - t$ (égalité fondamentale). Mais en présence d'une taxe *ad valorem*, t est le résultat d'un taux appliqué à « p », appelé θ , *taux en dedans*. L'écriture *tout à p*, nécessite la transformation $r = p - (\theta.p) = p(1 - \theta)$.

La nouvelle fonction de prix d'offre est alors : $p_o(1 - \theta) = a^*q + b^*$, et donc

$$p_o = (a^*/(1 - \theta)).q + b^*/(1 - \theta)$$

L'ancienne pente = a^* et la nouvelle = $a^*/(1 - \theta)$. Le diviseur de cette dernière étant un nombre décimal < 1 , la pente est donc croissante, mais elle est inférieure à l'ancienne pente a^* .

On montre que parallèlement, l'abscisse à l'origine (b^*) n'est pas modifiée, et donc que l'on peut inférer **que la taxe *ad valorem* fait subir à la droite d'offre une rotation vers la gauche, autour de l'abscisse à l'origine.** La démonstration simplifiée est :

L'ancienne fonction d'offre : $q_o = a^*.r + b^*$ (droite S_1)

Comme $r = p(1 - \theta)$, en adoptant la solution A, la fonction devient : $q_o = a^*((1 - \theta).p) + b^*$ (droite S_2).

Toutefois, il est possible de la réaliser à partir de la fonction du prix d'offre. Soit

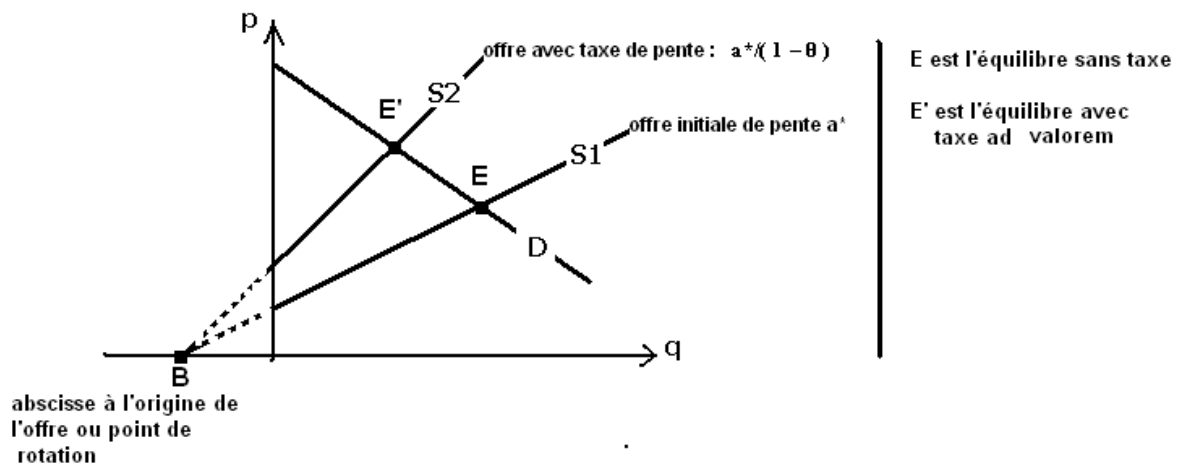
$q_o = q_o = a^*.r + b^*$, alors le prix d'offre $r = (1/a^*)q - (b^*/a^*)$. On appelle $(1/a^*) = \alpha$

et $(b^*/a^*) = \beta$. En passant *tout à p*, on a : $r = p(1 - \theta) = \alpha q + \beta \Rightarrow p_o = (\alpha/(1 - \theta) + \beta/\alpha)$

en remplaçant β et α , la fonction devient : $p_o = ((1/a^*)/(1 - \theta)) + [(b^*/a^*)/(1/a^*)]$

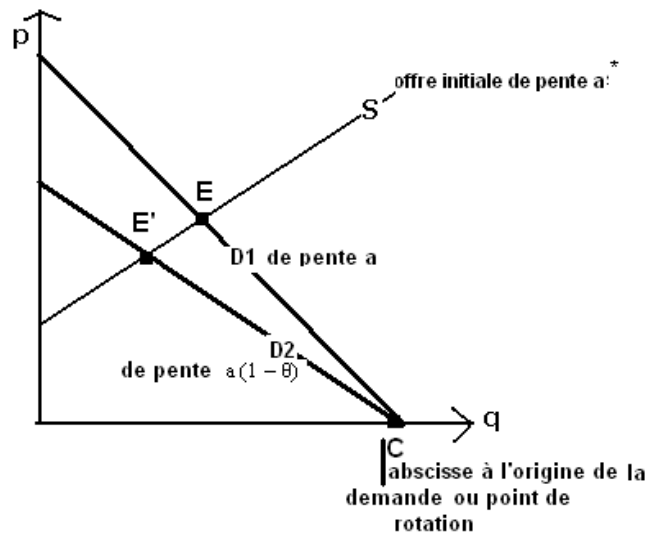
Cette expression peut être simplifiée et devient : $p_o = [(1/a^*) / (1 - \theta)] + b^*$. on retrouve donc bien l'abscisse à l'origine b^* .

La représentation graphique de la rotation est alors :



IV32) La taxe *ad valorem* et la droite de demande

La méthode restant la même, il s'agit cette fois de démontrer la *rotation illustrée par le graphique ci-dessous* :



L'ancienne droite de demande (D1) d'équation $q_d = a.p + b$, devient avec la solution « *tout à r* » (r étant égal à $p(1 - \theta)$), la nouvelle droite D2, dont l'équation est en remplaçant : $rd = [a(1 - \theta)].q + [b(1 - \theta)]$. En valeur absolue, la nouvelle pente $[a(1 - \theta)]$ est inférieure à l'ancienne (a), puisque $0 < \theta < 1$.

En appliquant la même démonstration que pour l'offre (p_o), on démontre également que ***l'abscisse à l'origine, restant la même (soit b), la rotation de la demande se déroule vers la gauche***. Autrement dit, comme l'atteste l'équilibre $E' < E$, la demande diminue.

